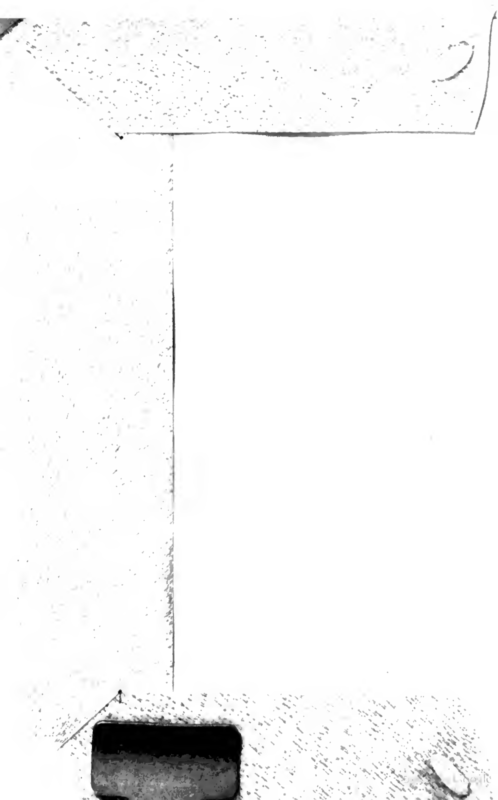




MECHANICAE
RATIONALIS ET PRACTICAE
ELEMENTA

AVCTORE

D. OCTAVIANO CAMETTI

ABBATE VALLVMBROSANO

REGIAE LVGDVNENSIS ACADEMIAE SOCIO
ET IN PISANO LYCEO

MATHESEOS PVBLICO PROFESSORE.





FLORENTIAE ANNO MDCCLXI.

EX TYPOGRAPHIA IMPERIALI

SVPERIORVM ADPROBATIONE.



PRAEFATIO.



Niversam mechanicam quam nunc trado, in Rationalem, *&* Practicam *dividendam esse censui cum Nevvtono. In mechanica rationali de solidorum corporum motu ago, at vero in practica ad potentias mechanicas me converto: illa oeconomiam exhibet universi, haec ad vitae commoda ordinatur. Quantum vero conferat scientia motus ad naturam intime pervadendam, utique ii norunt, qui principia Physicae delibarunt. Quippe ad Physicam spectat nedum materiam, structuramque partium contemplari, sed & expendere eius motum; materia siquidem*

ſine motu informis plane ac rudis eſt, ſoloque mediante motu ſeſe natura prodit, rerum varietas eniteſcit, eoque vegetant plantae, nutriuntur arbores, vivunt animalia, totaque univerſi machina conſervatur. Contra autem ſublato motu omnis periret mundi ornatus, ſummuſque torpor, atque horrendae tenebrae omnia occuparent; hinc ſcientia motus ad rite philoſophandum adeo neceſſaria eſt, ut abſque illa nullus omnino aditus pateſiat ad naturae abdita pervadenda.

Non itaque eſt mirandum ſi tanto temporum intervallo acceſſionibus pene nullis Antiquorum phyſica aucta ſit. Cum enim philoſophandi methodus quam ſervabant, tota abſtractis ideis niteretur, non ita phyſicae indulgebant, ut phenomena obſervarent, effectuum cauſas quaererent, nexuſque ipſarum mutuos adnotarent, atque hac ratione quaſi per gradus quoſdam ad veritates illas accederent, quae initio ſolent remotiſ-

ſimae

ſimae apparere, unde ſcientiam motus ceu inutilem neglexerunt. Ac re quidem vera, non ultra aequilibrium gravium de quo loquitur Archimedes, progreſſi antiqui erant, quando incomparabilis Galileus eorum inventis quidquam addere auſus eſt, legeſque invenit, quas ſolent gravia obſervare ſeu verticaliter ipſa cadant, ſeu ſupra inclinato deſcendant plano, aut per arcus circuli deferantur. Secta hac glacie, non aegre poſtea fuit Galilei ſemitis inhaerendo ulterius progredi, motuſque ſcientiam univerſam inventis plurimis illuſtrare. Et ſane non defuerunt poſtea viri celebres, qui mirifice explicarent conflictum corporum quorumcumque, qui proprietates gravium recenſerent in curva quavis linea incedentium, qui mediam tendentiam virium indicarent, exponerentque centrales vires, & ſymptomata pendulorum, quae in cycloidis arcubus oſcillantur. Haec quidem omnia, aliaque plurima viri celebres invenere, quae

ſum-

summatim inde collecta, Scientiam motus *postea nuncuparunt. Sed cum saepe adhibeant demonstrationes, quae plus aequo prolixae sunt quando Synthesi uti volunt, vel Tyronum captui parum accomodatae dum analisi uti malunt, futurum itaque e re duxi, si scientiam motus geometrico more ostenderem, eamque a longioribus, obscurisque demonstrationibus vindicarem.*

Cum vero nonnulli adsint, qui ut mechanicas vires tollant, nullum non movent lapidem ut ostendant, compositi motus leges hactenus stabilitas quibus innixa est praecipua pars mechanicae, obnoxias esse errori, neque usque adeo esse rigide demonstratas, idcirco operae pretium fuit acuratius rem expendere, atque attento animo examinare, an quae mechanici de suo composito motu aiunt, simplicis motus legibus responderent; factumque est autem, ut compositi eiusdem motus proprietates, & symptomata demonstrarem, tamque claro evincerem ratio-

tiocinio, quantum scilicet opus erat ad omne deinceps scrupulum auferendum. Synthesi quoque utens, quaedam hinc inde lemmata demonstravi ad quantitates indefinite parvas unice pertinentia, ut scilicet hac ratione Tyrones veluti manu ducerem ad propositiones aliquas percipiendas, quae non aliter patefiunt, quam differentialem calculum adhibendo.

In altera autem huius tractatus parte de potentiis mechanicis verba facio. Nemo autem est qui non videat, mechanicarum virium cognitionem in causa esse, cur nationes barbarae a cultioribus secernantur; illa enim non solum artium origo fuit, sed & nos docuit, vires, & potentias quae in rerum natura sunt, nobis reddere utiliores, motusque aquae, aeris, atque ignis humanae vitae commodis applicare quoties presto sit industria, & materies ad construendas machinas necessaria. Denique ex hac mechanicae parte liquet, qua via, & me-

methodo vires humanae augeri queunt; etsi enim vis hominis absoluta exigua plane sit, potest tamen crescere in immensum, si ipsa machinis applicetur.

In hac parte mechanicae pertractanda principium aequilibrii e composito motu hausi, ne in dubium amplius verteretur, eumque universaliter in vecte inflexo primum, deinde in recto etiam demonstravi. Quod vero ad machinas alias spectat, accurate exposui ipsarum vires, usum pariter indicavi ad quem singulae ordinantur, aperui methodum qua illae sunt adhibendae, frictionis denique resistentiam, quam singulae pati solent, ad exactam trutinam revocavi. Quotquot igitur huic mechanicae dabunt operam, percipient plurimum voluptatis, sibique ad rite philosophandum aptum animum praeparabunt.

PARS



PARS PRIMA

SEU

MECHANICA RATIONALIS

CAPUT I.

De loco, & motu generatim spectato.

DEFINITIO I.

1. *Ocus absolutus* est ea spatii immobilis, permanentis, & undique expansi pars, quae a corpore occupatur.

DEFINITIO II.

2. *Locus relativus* est apparens ille, & sensibilis, qui a nostris sensibus ex situ ad alia corpora definitur.

SCHOLION.

3. Cum spatium ipsum sit ens similare, ac uniforme, cuius singulae partes nec vi-

deri, nec tangi possunt; convenere idcirco homines inter se, ut loca corporum definirent per distantiam, respectum, & positionem quam habent relate ad corpora circumiecta. Exemplo lux affulgebit. Ponamus hominem sedere in angulo dato domus; determinabitur eius locus per distantiam, respectum, & positionem ad alios domus angulos, parietes, atque alia corpora circumiecta, quae veluti immobilia considerantur. Et quamdiu ille homo eundem situm, atque distantiam ab his corporibus retinebit, tamdiu in illo loco existere iudicabitur.

DEFINITIO III.

4. Successiva loci mutatio dicitur *Motus*, qui dividi etiam solet in *absolutum*, & *relativum*. Motus *absolutus* est successiva mutatio absoluti loci, *relativus* est successiva mutatio loci relativi.

COROLLARIVM I.

5. Ex tradita idea absoluti motus, & relativi quid sit absolute, & relative quiescere, innotescit. Absolute quiescit corpus, quod in eodem absoluto permanet loco, quiescit autem relative, cum eundem relativum occupat locum.

COROLLARIVM II.

6. Hinc potest corpus relative moveri, & quie-

& quiescere absolute. Quiescente tellure, feratur navis ab occasu in ortum, & nauta opposita directione aeque promoveatur occasum versus, ac in ortum eodem tempore fertur navis; evidens est nautam sic motum quiescere absolute. Cum enim ille abreptus a motu navis tantum praecise promoveatur in ortum, quantum motu proprio retrahitur in occasum, utique absolute loquendo, locum proprium non mutabit, sed ipsi navis quasi sub pedibus subducetur. Attamen nauta revera a prora recedit, atque accedit ad puppim, ideoque (4) movebitur relative.

COROLLARIVM III.

7. Contra etiam potest absolute moveri corpus, & quiescere relative. Quiescente tellure, sedeat nauta in navi ab occasu in ortum promota; utique ipse abreptus a motu navis movebitur (4) absolute. Quoniam vero eadem semper manet distantia, & positio loci nautae ad singulas partes navis, quae veluti quiescentes spectantur, debet is quiescere relative. Itaque in hoc casu omnes navis partes eundem inter se situm servantes, apparebunt nautae veluti quiescentes, & vicissim littora, atque urbes ipsi fugere videbuntur. Ratio autem huius phenomeni ex principiis optices derivatur; nam illa obiecta nos quiescere iudicamus, quae eandem respectu oculi positionem constanter

ſervant, ſeu quorum imagines, quae in fundo oculi pingi ſolent, eandem ſemper retinae partem occupant; ea vero obiecta progredi arbitramur, quorum imagines ſucceſſive diverſis punctis retinae applicantur. His poſitis, cum partes navis eandem poſitionem, atque diſtantiam ab oculo nautae ſervent, earum motus minime percipietur, at viciſſim littora atque urbes, quae ſitum ſuum reſpectu oculi ſemper mutant, videbuntur nautae moveri. Si pariter noſtra tellus diurno motu vertitur circa axem, eius motus minime percipietur; aedificia quippe, arbores, atque alia corpora terrae partibus inſidentia, eandem ſemper ſervabunt tum inter ſe, tum etiam reſpectu oculi poſitionem. Contra vero videbuntur nobis ſol, & ſidera promoveri, ſiquidem eorum diſtantia, & poſitio continue relate ad oculum variabitur.

Corollarivm IV.

8. Nil ergo certi ſtatui poteſt circa quietem corporis abſolutam. Vt enim eadem evincatur, prius oſtendi debet, illud manere in eodem loco abſoluto, quod impoſſibile prorſus eſt; locus ſiquidem abſolutus cum ſenſus noſtros non feriat, a nobis attingi nequit. Conſequens ergo eſt, ut quies corporis abſoluta a relativa unice deducatur, quae ſola ſenſibus capi poteſt. At ſimul corpus poteſt quieſcere relative, & abſolute

lute (7) moveri; nil ergo certi ſtatui poteſt circa quietem corporis abſolutam.

DEFINITIO IV.

9. Si corpus quodcumque motum ſpectetur velut unicum punctum, ea linea quam deſcribit, *percurſum ſpatium* adpellatur; ideoque ſpatia quae a corpore deſcribuntur, poſſunt rectis lineis exhiberi.

COROLLARIVM.

10. Hinc nequit mobile ſpatium deſcribere in inſtanti. Finge enim corpus ex loco A in inſtanti tranſire ad alium B. Igitur eodem inſtanti quo eſt in A, reperietur quoque in B; fieri autem nequit, ut idem corpus eodem tempore occupet duo loca. Ergo dum corpus ex uno loco in alium tranſit, atque percurrit ſpatium, id non perficit in inſtanti, atque adeo in motu ratio etiam temporis eſt habenda.

CAPVT II.

De vi Inertiae, & motus quantitate inde orta.

DEFINITIO V.

11. QVantitas materiae corporis cuiuſcumque, quae dicitur etiam *Maſſa*, eſt aggregatum omnium particularum materiae,

ex quibus constat idem corpus. Ipsae vero particulae massam corporis componentes, eius *Elementa* brevius appellantur.

SCHOLION.

12. Nulla ratio hic habetur materiae fluidae, quae in poris corporum latet; ea enim extranea velut est, neque ad compositionem corporis pertinet ullo modo, perinde ac aqua delitescens in poris spongiae, ad substantiam spongiae non refertur.

DEFINITIO VI.

13. *Volumen* corporis est illud spatium, quod materia corporis cum interspersis porulis comprehendit.

DEFINITIO VII.

14. *Vis Inertiae* est principium resistendi, seu renixus, quo corpus unumquodque sive quiescat, sive moveatur resistit mutationi proprii status.

SCHOLION.

15. Non semper corpus exerit vim inertiae, sed tunc solum, cum alterius vis actione mutare cogitur proprium statum. Haec autem vis inertiae confundi nequit cum gravitate, per quam conantur corpora accedere ad tellurem; constat enim corpora ob vim inertiae illis etiam viribus reluctari, quae contra actionem gravitatis minime agunt.

gunt. Sic si globum plano horizontali bene levigato incumbentem, vel etiam filo suspensum horizontaliter percutiamus, sentimus aliquam resistentiam ex vi inertiae globi ortam, & quidem eo maiorem, quo maior est massa globi, & quo maiori vi illud percutimus. Idem quoque accidit quando corpus vi gravitatis suae cadens, ictu celeri superne manu percutimus, eiusque motum celeriorem reddimus versus terram. Atqui ille motus horizontalis impressus globo, & motus acceleratio secundum ipsam gravitatis actionem non opponitur gravitati; ergo resistentia quam sentimus, non ex vi gravitatis, sed ex materiae inertia ortum ducit.

COROLLARIUM I.

16. Vis inertiae eadem est in corporibus quiescentibus atque in iisdem motis; tam enim resistunt corpora actioni, qua a motu ad quietem reducuntur, quam actioni qua a quiete ad motum concitantur. Nam eadem vis requiritur ad datum motum dato in corpore producendum, atque ad eum penitus extinguendum.

COROLLARIUM II.

17. Quoniam resistentia eo maior est, quo maior (15) est massa corporis quod percutitur; liquet, caeteris paribus, vim inertiae proportionalem esse materiae quantitati.

Corollarium III.

18. Similiter cum resistentia corporum crescat, quo validius (15) percutiuntur; patet, ea maioribus status sui mutationibus magis resistere, quam minoribus, atque adeo vim inertiae, caeteris paribus, proportionalem esse magnitudini mutationis, quae inducitur.

Definitio VIII.

19. Resistentia quam faciunt corpora, alia est *propria*, alia *impropria*. Resistentia *propria* est, quae vim motricem, eiusque effectum minuit, aut elidit; talis est resistentia, quam exerunt duo homines, qui in contrarias partes mutuis conatibus se se urgent. Resistentia *impropria* illa est, quae licet destruat vim motricem, non impedit tamen, quo minus illa effectum suum integrum sortiatur; talis est resistentia, qua percussum corpus obstat alteri percutienti, nam vis seu motus corporis percutientis qui destruitur in impactu, sibi aequalem generat in percusso.

Corollarium I.

20. Itaque vis inertiae est principium resistendi improprie, atque adeo non *activa* est, sed *passiva*, eaque materiae a Deo impressa fuit, ut motus ex uno corpore in aliud transferatur.

Co-

COROLLARIVM II.

21. Quare si corpus A agat in aliud B, eumque ad motum sollicitet, corpus vero B liberum sit, ut in vacuo, & sola vis inertiae in eo sit superanda; necessario movebitur a corpore agente A. Nam corpus A percutere nequit quiescens alterum B, quin (19) deperdat aliquid sui motus: sed motus a percutiente deperditus in impactu, totus transferri assolet (19) in percussum. Igitur necessario movebitur corpus B.

DEFINITIO IX.

22. Quoties corpus unum ab alio sollicitatur, quamdam in se recipit efficaciam, qua aptum redditur dato tempore determitum spatium percurrendi. Haec efficacia *celeritas*, aut *velocitas* corporis appellatur.

DEFINITIO X.

23. Dum corpus hanc efficaciam in se recepit, eamque (16) ob vim inertiae detinet, ac conservat in suae massae singulis elementis, potentiam novam acquirit, quae dicitur *motus quantitas*, aut simpliciter etiam *motus*. Verbo dicam, *celeritas* est efficacia, quam corpus in se recipit, *quantitas* autem *motus* est eadem efficacia per omnia elementa corporis distributa, atque ab illis retenta.

Co-

COROLLARIUM

24. Quoniam celeritas per omnia elementa corporis distributa nil aliud est, quam celeritas toties repetita, quot sunt in corpore aequalia elementa, hoc est celeritas ducta in massam; patet, quantitatem motus corporis cuiuscumque esse, ut factum ex celeritate in eius massam. Vnde si fuerit massa ut 3, celeritas vero ut 4; motus quantitas erit ut 12.

PROPOSITIO I.

Tab. I. Fig. 1. 25. *SI fiant rectangula duo CD, VE quorum bases C & V exponant celeritates corporum A & B, altitudines autem D & E referant massas corporum eorumdem; quantitas motus corporis A erit ad quantitatem motus corporis B, ut rectangulum CD ad rectangulum VE.*

Quantitas motus corporis A est, ut factum ex massa A ducta in eius (24) celeritatem. Similiter quantitas motus corporis alterius B est, ut factum ex massa B in eius celeritatem. Ergo quantitas motus corporis A est ad illam corporis B, ut factum ex D in C ad factum ex E in V. Sed etiam rectangulum CD est ad rectangulum aliud VE, ut factum ex D in C ad factum ex E in V; ergo quantitas motus cor-

po-

poris A erit ad quantitatem motus corporis B, ut rectangulum CD ad rectangulum VE. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

26. Quoniam rectangulum CD est ad aliud VE in ratione composita D ad E, & C ad V; etiam quantitas motus corporis A erit ad quantitatem motus corporis B in ratione composita massae A ad massam B, & celeritatis corporis A ad celeritatem corporis B.

COROLLARIVM II.

27. Similiter si massa A tanto maior fuerit massa B, quanto vicissim mobilis B velocitas maior est velocitate mobilis A, utique erit D ad E, ut reciproce V ad C, ideoque rectangulum CD erit alteri VE aequale. Igitur etiam quantitas motus corporis A aequabitur quantitati motus corporis B.

COROLLARIVM III.

28. Liquet inde, cur veteres ad muros hostium diruendos arietibus uterentur, recentiores vero id ferreis globis praestent. Quamvis enim arietes velocitato exigua adigerentur, incredibilis tamen erat illorum motus quantitas, & potentia ob materiae maximam quantitatem, qua praediti ipsi erant. Contra autem hodie ad muros hostium diruendos exigui quidem globuli, sed velo-

vita-

citate maxima a tormento bellico proiiciuntur, ut ita exigua materiae copia a velocitate maxima compenſetur.

COROLLARIVM IV.

29. Si aequales ſint maſſae corporum A & B, aequales quoque erunt D & E, ideoque rectangulum CD erit ad VE, ut C ad V. Erunt ergo motuum quantitates, ut celeritates corporum eorundem.

COROLLARIVM V.

30. At ſi inaequales ſint maſſae corporum A & B, velocitates autem aequaentur, aequabuntur quoque C & V, ideoque rectangulum CD ad VE erit, ut D ad E. Erunt ergo motuum quantitates, ut maſſae corporum A & B.

COROLLARIVM VI.

31. Hinc in machinis illis, quae revolutione rotarum ſolent pondera elevare, additur plumbum rotae, ut ipſa ob auctam maſſam, maiorem quoque quantitatem motus acquirat, ob quam melius ſuperentur reſiſtentiae aeris, & frictionis, motuſque idcirco diutiſſime conſervetur. Ab eodem principio pendet, quod Lanifices in nendo imponant graves turbines verſoriis fuſis, ut inde ſcilicet rotationes longiori tempore perſeverent.

CA-

CAPUT III.

De variis motus ſpeciebus, ac praecipue de aequabili.

DEFINITIO XI.

32. SI velocitas mobilis nec minuitur, nec augetur, ſed ſemper eadem perſeverat, eius motus *aequabilis* dici ſolet; at ſi velocitas continuo variatur, ipſius motus *inaequabilis* appellatur.

CORLLARIVM.

33. Igitur mobile aequabili motu latum, aequalibus temporibus per aequalia ſpatia promovetur; at ſi inaequabili fertur motu, aequalibus temporibus per inaequalia ſpatia promovebitur.

DEFINITIO XII.

34. Motus inaequabilis eſt *acceleratus*, cuius velocitas continuo augetur; *retardatus* vero, cuius velocitas continuo diminuitur.

COROLLARIVM.

35. Mobile ergo accelerato motu latum, temporibus aequalibus per maiora ſpatia continuo promovetur; at ſi motus fuerit retardatus, eadem ſpatia continuo fiunt minora.

DE-

Definitio XIII.

36. Motus *uniformiter acceleratus* eſt, ſi mobile aequalibus temporibus aequalia adquirat incrementa velocitatis; *uniformiter* autem *retardatus* eſt, ſi aequalibus temporibus patiatur mobile decrementa aequalia celeritatis.

Scholion.

37. Motus aequabilis vix, aut ne vix quidem in corporibus reperitur; nam caeleſtium corporum motus modo celerior, modo tardior eſſe ſolet. Similiter motus gravium deſcendentium acceleratus eſt, & contra, aſcendentium retardatus. Eiuſdem quoque generis motus eſt, qui aliis corporibus communicatur, ille enim ob reſiſtentiam aeris ſuperandam, ob gravitatis niſum deorſum, atque ob ſcabritiem plani ſuper quo incedit corpus, ſenſim imminui, langueſcere, ac deſtrui tandem ſolet.

PROPOSITIO II.

38. M*otus inaequabilis utcumque acceleratus, aut retardatus, ſi finitus ſit, ſeu ſi mobile tempore finito percurrat finitum ſpatium; tempore infiniteſimo, perque ſpatium infinite parvum pro aequabili ſumi poteſt.*

Cum

Cum motus inaequabilis (*ex hyp.*) ſit finitus, eius acceleratio aut retardatio tempore infiniteſimo, perque ſpatium infinite parvum infinite parva erit reſpectu finiti motus quem corpus habet; hoc ſiquidem niſi eſſet, acceleratio aut retardatio tempore infiniteſimo finita eſſet, ac proinde finito tempore infinita, atque ita motus corporis foret, contra hypotheſim, infinitus. Sed quantitas infiniteſima ſine errore aſſignabili negligi tuto poteſt reſpectu quantitatis finitae; ergo tempore infiniteſimo, perque ſpatium infinite parvum motus finitus utcumque acceleratus aut retardatus haberi poteſt pro motu, cuius celeritas neque augetur, neque minuitur, hoc eſt pro motu (32) aequabili ſumi poteſt. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

39. Quoniam finitus motus utcumque acceleratus aut retardatus tempore infiniteſimo pro aequabili ſumi poteſt; conſequens eſt, ut omnis mutatio motus in motu inaequabili, & finito in ſingulis temporum infiniteſimorum initiis fieri concipienda ſit.

COROLLARIUM II.

40. Colligi ex his poteſt, quod licet motus aequabilis vix, aut nullo modo in rerum natura (37) ſit, nihilo tamen minus cum motus quilibet inaequabilis, & finitus tempore infiniteſimo pro aequabili ſumi (38) queat,

queat, cognitio proprietatum, & symptomatum motus aequabilis conferre plurimum debet ad alias motus species explicandas.

PROPOSITIO III.

41. *DVorum mobilium motu aequabili progredientium velocitates sunt, ut spatia aequalibus temporibus absoluta.*

Tab. I. Fig. 2. Corpora A & B aequabiliter moveantur, dumque corpus A percurrit aliquod spatium S, reliquum corpus B conficiat aliud L: dico, velocitatem corporis A esse ad velocitatem corporis B, ut spatium S ad spatium L. Si enim spatium S aequale esset spatio L, etiam corporis A velocitas aequalis (22) foret velocitati alterius B. Si vero spatium S duplo maius foret spatio L, etiam corporis A velocitas dupla (22) esset velocitatis alterius B. Rursus si spatium S triplum foret spatii alterius L, etiam corporis A velocitas tripla (22) esset velocitatis alterius B, & sic porro. Velocitates ergo augeri solent ut spatia, quae equali tempore a mobilibus sunt percursa, atque adeo, ut eadem spatia erunt. Q.E.D.

COROLLARIVM I.

42. Notis spatiis duorum mobilium A & B motu aequabili progredientium, etiam celeritatum ratio palam fiet. Ita si corpus A tempore unius minuti describat spatium S pe-

pedum 100, & corpus B pari tempore absolvat ſpatium L pedum 50, velocitas mobilis A erit ad velocitatem mobilis B, ut 100 ad 50, ſive ut 2 ad 1.

COROLLARIVM II.

43. Si celeritates corporum A & B motu aequabili progredientium proportionales ſint ſpatiis S & L; haec pari tempore abſolventur. Nam ſi ſpatium S maiori tempore abſolveretur quam reliquum ſpatium L, utique pars aliqua ſpatii S percurſa eſſet eodem tempore, quo deſcribitur integrum ſpatium L. Vnde mobilis A velocitas eſſet ad velocitatem mobilis B, ut pars illa ſpatii S ad ſpatium (41) totum L; ſed velocitas mobilis A eſt (*ex hyp.*) ad velocitatem mobilis B, ut totum ſpatium S ad integrum ſpatium L. Ergo etiam pars ſpatii S eſſet ad ſpatium L, ut integrum ſpatium S ad ſpatium idem L, quod eſt abſurdum. Spatia itaque S & L aequali prorſus tempore percurrentur. Tab. I. Fig. 2.

PROPOSITIO IV.

44. *Duorum mobilium eadem velocitate motu aequabili progredientium ſpatia ſunt, ut tempora quibus abſolvi ſolent.*

Corpora A & B aequabiliter moveantur, Tab. I.
& corpus A percurrat ſpatium S tempore Fig. 3.
B T, ac

T, ac corpus B describat spatium L tempore alio H: dico, spatium S fore ad spatium L, ut tempus T ad tempus H. Cum enim (*ex hyp.*) aeque velocia sint corpora A & B, utique temporibus aequalibus debent (22) per spatia aequalia promoveri. Ergo si tempus T a corpore A insumptum aequale esset tempori H, etiam spatium S aequale esset alteri spatio L. Si vero tempus T duplo maius foret tempore alio H, etiam spatium S duplo maius esset spatio alio L. Similiter si tempus T triplum foret temporis H, etiam spatium S triplum esset spatii L, & sic porro. Itaque crescunt spatia ut tempora in iis percurrendis insumpta, atque adeo erunt in directa temporum ratione. Q.E.D.

COROLLARIUM.

45. Hinc navis super mare aequabili vento incedens, si hora una percurrit milliaria duo, quatuor milliaria absolvet duabus horis, & octo milliaria percurret quatuor horis.

PROPOSITIO V.

46. *Duorum mobilium motu aequabili progredientium spatia sunt in ratione composita celeritatum, ac temporum.*

Tab. I. Fig. 4. Corpora A & B aequabiliter moveantur, & corpus A velocitate C latum percurrat spatium S tempore T, ac corpus B veloci-

citate V motum absolvat spatium L tempore alio H: dico, spatium S fore ad spatium L in ratione composita celeritatis C ad celeritatem V, & temporis T ad tempus H. Finge enim tertium corpus F, quod celeritate V latum percurrat tempore T spatium D. Cum tempore eodem T moveantur corpora A & F, spatium S erit (41) ad spatium D, ut velocitas C ad velocitatem V. Similiter cum aeque velocia sint corpora F & B, spatium D erit (44) ad spatium L, ut tempus T ad tempus H. Cum igitur sit S ad D, ut C ad V, & D ad L, ut T ad H, ratio composita ex ratione S ad D, & ex ratione D ad L, eadem erit ac ratio quae componitur ex ratione C ad V, atque ex ratione T ad H. Sed ratio S ad L componitur ex ratione S ad D, atque ex ratione D ad L; ergo componetur etiam ex ratione C ad V, atque ex ratione T ad H. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

47. Si rectis velocitates, atque tempora exponentibus fiant rectangula duo CT, VH; haec erunt ut spatia S & L descripta a mobilibus A & B. Nam etiam ratio rectanguli CT ad rectangulum VH composita est ex ratione celeritatum C & V, atque temporum T & H. Tab. I. Fig. 5.

Corollarivm II.

Tab. I. Fig. 5. 48. Hinc ratio temporum T & H, quibus moventur corpora A & B, composita est ex ratione directa spatiorum S & L, atque ex ratione inversa celeritatum C & V. Quippe si rectis C & H, quarum altera exponit celeritatem mobilis A, altera tempus quo movetur mobile B, fiat rectangulum tertium CH, ratio CT ad CH, sive ratio T ad H, composita erit ex ratione CT ad VH, & ex ratione VH ad CH. Sed prima ratio eadem est (47) ac ratio S ad L, secunda vero eadem ac ratio V ad C; ergo ratio T ad H composita est ex ratione directa spatii S ad spatium L, atque ex ratione inversa celeritatis C ad celeritatem V.

Corollarivm III.

49. Similiter ratio celeritatum C & V Tab. I. Fig. 6. composita est ex ratione directa spatiorum S & L, atque inversa temporum T & H. Si enim rectis T & V, quarum altera exponit tempus mobilis A, altera velocitatem mobilis B, fiat rectangulum tertium VT, ratio CT ad VT, seu ratio C ad V composita erit ex ratione CT ad VH, atque ex ratione VH ad VT. Sed prima ratio eadem (47) est ac ratio S ad L, secunda vero eadem ac ratio H ad T; ergo ratio C ad V composita erit ex directa ratione spatii S ad spatium L, atque ex inversa temporis T ad tempus H.

Co-

COROLLARIUM. IV.

50. Dividendum itaque erit ſpatium per tempus ad determinandam velocitatem corporis uniformem. Siquidem ſi ratio velocitatum componeretur ex directa ratione temporum, & ſpatiorum, utique velocitas haberetur multiplicando ſpatium per tempus. At cum velocitatis ratio componatur (49) ex directa ſpatiorum, atque inverſa temporum ratione, velocitas corporis inversâ methodo invenietur, dividendo nempe ſpatium per tempus. Ita ſi fuerint binae naves aequabili vento impulſae, & prima conficiat milliaria 45 tribus horis, altera 10. milliaria horis duabus; velocitas primae erit ad ſecundae velocitatem, ut 15 ad 5, ſcilicet prima navis triplo velocior erit altera. Nam 45 diviſum per 3 dat pro quoto 15; & 10 diviſum per 2 dat pro quoto 5.

SCHOLION.

51. Et ſane, quoniam prima navis tribus horis abſolvit milliaria 45, utique (44) una hora percurret milliaria 15. Similiter quia navis altera abſolvit duabus horis milliaria 10, conſequens eſt, ut hora una (44) percurrat milliaria 5. Cum itaque prima navis abſolvat una hora milliaria 15, altera vero eodem tempore percurrat milliaria 5; utique (41) velocitas primae ad velocitatem ſecundae erit, ut 15 ad 5, ſive ut 3 ad 1.

Itaque prima navis triplo velocior erit altera.

CAPVT IV.

De variis virium speciebus.

DEFINITIO XIV.

52. *Vis impressa* est actio in corpus exercita ad mutandum statum quiescendi, vel movendi uniformiter in directum.

SCHOLION.

53. Consistit haec vis in actione sola, neque post actionem amplius inest corpori. Cessante autem actione qua status corporis mutatus est, corpus in novo statu per illam actionem recepto perseverat ob solam vim inertiae, qua fit, ut sine nova actione in ipsum exercita mutare nequeat proprium statum.

DEFINITIO XV.

54. *Vis activa* quae etiam *vis motrix* dicitur, est principium, unde motus, vel tendentia ad motum nascitur.

SCHOLION.

55. Corpus absolute quiescens, omnique co-

conatu se movendi destitutum, activam vim nullam haber, sed tantum vi passiva seu vi inertiae praeditum est, per quam vi motrici in ipsum agenti resistit.

DEFINITIO XVI.

56. Corporum vis activa dividi solet in *mortuam*, atque *vivam*. Vis *mortua* est nisus, vel conatus, aut sollicitatio ad motum, ex qua motus actualis seu finitus non producitur, nisi illius vis actio per tempus finitum fuerit continuata. Vis *viva* est illa, quae motum actualem generat, seu quae cum motu actuali vel finito coniuncta est, qualis reperitur in corpore gravi, quod cum velocitate finita ex altitudine data cadit.

COROLLARIVM.

57. Vis igitur gravitatis in corpore, quod ex filo pendet, vel horizontali incumbit plano, *mortua* erit; illa enim corpus actu non movetur, sed sollicitatur ad motum, filumque tendit, aut planum premit. Quod si filum abrumpatur, vel planum sustinens auferatur, tunc continua gravitatis actione corpus accelerato motu descendit, & vim *vivam* acquirit. Vis ergo mortua gravitatis ad motum corpus sollicitat, singulisque temporibus infinitesimis in ipso generat elementum celeritatis, sive celeritatem infinite parvam, ac proinde finito tempore finitam velocitatem

DEFINITIO XVII.

58. Si vis mortua corpus ad motum sollicitans, corpori illi insit, aut ipsum ita comitetur, ut in illud iam motum eodem modo agat ac si quiesceret; tunc aut vis illa eadem continue manet, diciturque *vis constans*, aut continue variatur crescendo vel decrescendo, & *variabilis* appellatur.

DEFINITIO XVIII.

Tab. I. Fig. 7. 8. 9. & Tab. II. Fig. 1. 59. Si recta AG exponat tempus quo aliquod corpus vi mortua continuo sollicitatum movetur, & tempus illud AG divisum intelligatur in partes aequales infinitesimas AB, BC, CD &c., atque ad divisionum puncta erigantur perpendiculares AH, BK, CL &c., quae singulae exponant vim mortuam, qua corpus in singulis punctis temporis sollicitatur; Linea HMP transiens per puncta H, K, L &c., *Linea virium* dici solet.

COROLLARIVM I.

60. Si vis ergo fuerit constans, linea virium recta erit. Nam cum rectae AH, BK, CL &c. sint aequales, & parallelae, utique terminabuntur recta HP, ipsi AG parallela.

Tab. I. Fig. 7.

COROLLARIVM II.

Tab. I. Fig. 8 9. 61. Linea quoque virium recta erit, si vis variabilis sit huiusmodi, ut tempuscu-

lis

lis ſingulis aequaliter creſcat, aut minuatur. Nam ductis HV, KI, ipſi AG parallelis, utique rectae VK, IL quae exponunt virium incrementa aut decrementa tempuſculis AB, BC, aequales invicem erunt. Igitur cum aequentur quoque HV, KI, & recti anguli V & I, aequalia etiam erunt triangula VHK, IKL, ideoque angulus VKH aequabitur ILK. Itaque duo ſimul anguli VKH, VKL aequantur duobus ſimul ILK, VKL; ſed hi duo anguli aequantur duobus rectis propter parallelas BK, CL. Ergo duobus rectis aequabuntur quoque anguli VKH, VKL, ideoque rectae HK, KL erunt poſitae in directum. Eodem modo conſtabit, rectas KL, LM, MN &c. eſſe poſitas in directum; ergo recta erit linea virium HMP.

COROLLARIVM III.

62. At ſi vis variabilis iuxta aliam legem continue creſcat, aut minuatur, linea virium curva erit. Etenim cum rectae HK, KL, LM &c. non ſint poſitae in directum, polygonum efformabunt ex infinitis, atque infinitè parvis lateribus rectis conſtans, quod pro curva linea ſumi poteſt. Tab. II. Fig. 1.

LEMMA I.

63. *SI in axe AO curvae cuiuslibet ASR capiatur FG infinitè parva reſpectu abſciſſae AG, ordinenturque GP, FS; hae duae rectae pro aequalibus ſumi poſſunt.* Tab. II. Fig. 2.

Du-

Ducatur ST recta, axi AO parallela. Quoniam curva ASP spectari potest velut polygonum ex infinitis, atque infinite parvis lateribus rectis constans, utique arcus infinite parvus SP ex his lateribus unum erit; igitur hoc producto usque dum conveniat cum axe AO in H, prodibunt similia triangula SPT, HPG. Igitur TP ad GP erit, ut ST ad HG, sive ut FG ad HG. Sed cum FG (*ex hyp.*) infinite parva sit respectu AG, multo magis infinite parva erit respectu HG; ergo etiam TP infinitesima esse debet relate ad GP. Sed quantitas infinite parva sine errore negligi tuto potest respectu quantitatis finitae, cuiusmodi est GP; ergo rectae GP, GT, sive GP, FS pro aequalibus sumi possunt. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Tab. II. Fig. 1. 64. Hinc vis variabilis agens tempore infinitesimo haberi poterit pro constanti. Cum enim in virium linea HMP recta finita AE divisa (59) sit in infinitas aequales partes, utique illarum una DE infinite parva erit respectu AE. Igitur ordinatae DM, EN, seu vires sollicitantes in punctis D & E tempusculi DE possunt pro aequalibus (63) usurpari, ideoque tempusculo infinitesimo DE vis variabilis DM spectari poterit velut costans.

DEFINITIO XIX.

Tab. II. Fig. 3. 4. 65. Si recta AG exponat tempus in partes aequales infinitesimas divisum, atque perpen-

pendiculares BH, CK, DL &c. referant velocitates temporibus correſpondentibus AB, AC, AD &c. acquiſitas a mobili vi quadam ſollicitato; linea AHP tranſiens per puncta A, H, K &c., vocatur *linea velocitatum*.

CAPVT V.

De motus Legibus Novvtonianis.

DEFINITIO XX.

66. LEges motus ſunt illae, quas Deus voluit, ut ſervarent corpora dum moventur. Vocantur etiam *Naturae Leges*; nam ſaepe *Naturae* nomine non ipſe naturae Auctor intelligitur, ſed vaſta haec machina univerſi, quae condita a Deo eſt.

LEX I.

67. C*Orpus omne perſeverat in ſtatu quieſcendi, vel ſe movendi uniformiter in directum, niſi quatenus a viribus impreſſis cogitur ſtatum illum mutare*.

Ob vim inertiae qua praeditum corpus eſt, fit ut dum quieſcit, obſtet vi motrici conanti ſibi inducere ſtatum motus, & dum movetur, reſiſtat vi impreſſae, ſtatum quietis ipſi inducere ſatagenti. Ineſt ergo corpori haec proprietas, ut ſtatum ſuum quie-

tis,

tis, vel motus perpetuo tueatur. Igitur si quiescit, a quiete numquam cessabit, & si movetur, a motu numquam desistet, si nulla circumstantium corporum fuerit resistentia. Propter eandem pariter vim inertiae corpus semel motum debet semper progredi uniformiter. Vt enim eius motus acceleretur, aut retardetur, nova vis adveniat opus est, quae prosit illi motui, aut officiat, quam tamen ponimus non adesse. Idem corpus denique semel motum, semper promovebitur in directum. Cum enim corpori semel moto vis nova alia non accedat, nullumque obstaculum actu in illud agat, utique nulla ratio esse potest, quare in hanc potius quam in aliam regionem a recta linea declinaret. Ergo debebit progredi in directum.

Scholion.

68. Quod si motus corporum proiectorum, aut super plana horizontalia incedentium sensim languescere, & tandem destrui videatur, id sane tum ipsorum ponderi tribuendum, tum etiam aeris resistentiae, asperitati planorum, aliisque causis, quae paulatim motum minuunt, & extingunt. Hinc corpora ponderosiora super glaciem, aliasque superficies levigatas, seu minus scabras, & ideo minus motui obsistentes, ad quietem segnius reducuntur, & Planetae omnes in spatiis caelestibus ubi in nullam ferme inci-

ci-

cidunt resistentiam, motus suos progressivos circulares diutissime retinent, & conservant.

COROLLARIUM I.

69. Si ergo corpus in curva linea moveatur, duplici vi urgebitur, altera nempe qua progrederetur iuxta lineam rectam, altera vero qua in singulis punctis curvae a motu rectilineo detorquetur. Simili modo si motus corporis acceleratur, aut retardatur, necesse est, ut ultra eam vim quae in illo produxit motum, aliqua alia vis aut obstaculum actu in illud agat.

COROLLARIUM II.

70. Cum linea quaevis curva spectari queat velut polygonum ex infinitis atque infinite parvis lateribus rectis constans, utique si corpus incedat in curva aliqua MACL, in quolibet curvae puncto A ferri debet iuxta directionem lateris infinitesimi AB, ideoque si sibi relinqueretur, neque altera vis in extremitate B huius rectae AB illud retraheret, inflecteretque in curvam BC, ferretur perpetuo, atque aequabiliter per rectam AB productam, & proinde cum recta AB producta, sit ipsa curvae tangens AD, uniformiter progrederetur per tangentem in puncto A. Omne ergo corpus quod in linea curva incedit, in quolibet curvae puncto tendit ad motum continuandum per rectam, quae curvam tangit in illo puncto. Tab. II. Fig. 5.

Co-

COROLLARIUM III.

71. Ratio reddi poteſt ex hac lege, cur ſi vas aquam continens, in plano horizontali aequabiliter moveatur, ſub initio motus aqua in vaſe verſus partes motui vaſis contrarias tendere videatur. Etenim aqua in eodem ſtatu quietis perſeverare conatur, ideoque non ſtatim vaſis motui obſecundat, videturque idcirco vaſis parietes quaſi deſerere, & locum proprium immutare. At motu vaſis tandem impreſſo aquae, haec uniformiter, & eadem velocitate cum vaſe progredi comperitur. Si autem ſiſtatur ſubito motus vaſis, nihilominus aqua in eodem ſtatu motus conabitur permanere, ideoque ad vaſis latera aſſurgere apparebit. Ex eodem principio etiam pendet, quod homines in navi turbulento mari iactata, doloribus, aegritudine, atque etiam vomitu afficiantur. Etenim cum liquores in ventriculo, inteſtinis, vaſiſque ſanguiferis, caeteriſque canalibus contenti, navis iactationi illico non obediant, turbatur ſane fluidorum motus humano in corpore, graviſſimaque incommoda oriuntur.

L E X II.

72. *MVtatio motus proportionalis eſt vi motrici impreſſae, & fit ſecundum lineam rectam, qua vis illa imprimitur.*

Omnis

Omnis mutatio, quam corpus in motu subit, vel pendere debet ab ipso corpore, vel a vi impressa; sed derivare nequit ab ipso corpore, quod quantum in se est constanter (67) retinet proprium statum. Consequens ergo est, ut unice pendeat a vi impressa. Si itaque vis impressa sit constans, sive eodem modo semper in corpus agens, praetereaque datum sit tempus quo ipsa agit, tunc eadem vis impressa pro causa haberi potest, atque mutatio motus pro eiusdem effectu pleno, & adaequato; sed effectus plenus, & adaequatus proportionalis est suae causae. Ergo & mutatio motus proportionalis est vi motrici impressae. Quod si tempus non sit datum, tunc mutatio motus proportionalis est vi motrici constanti ductae in tempus quo agit; nam eadem vis eodem modo agens, tempore duplo duplum effectum generat, tempore triplo triplum. Demum si vis motrix fuerit variabilis, tunc mutatio motus proportionalis est vi motrici impressae ductae in tempus infinitesimum, quo nempe veluti constans (64) haberi potest. Caeterum sicuti vis motrix impressa gignit, aut mutat motum in corpore, ita directio vis impressae directionem motus, vel mutationis motus constituit, estque directio motus, vel mutationis motus eadem prorsus cum directione vis motricis; nulla enim ratio esse potest, cur mutatio illa fiat secundum directionem a directione vis impressae diversam.

Co-

COROLLARIVM I.

73. Igitur ſi vis motrix fuerit conſtans, eius menſura erit quantitas motus, quam dato tempore uniformiter agens generat; nam quantitas illa motus eſt (72) illius effectus plenus, & adaequatus.

COROLLARIVM II.

74. Menſura itaque vis motricis conſtantis eſt factum ex maſſa mobilis in celeritatem, quae ipſi (24) imprimitur dato tempore.

COROLLARIVM III.

75. Manente itaque maſſa corporis, vis motricis conſtantis menſura eſt celeritas genita dato tempore, aut etiam (41) ſpatium, quod cum ea celeritate abſolveret aequabiliter dato tempore.

COROLLARIVM IV.

76. Quoniam ſi tempus non ſit datum, mutatio motus eſt, ut vis motrix conſtans ducta (72) in tempus quo agit; eadem vis motrix exponi poteſt per quotum, qui prodit ex diviſione quantitatis genitae motus per tempus quo generatur.

COROLLARIVM V.

77. Quia ſi vis motrix fuerit variabilis, mutatio motus proportionalis eſt vi motrici in infiniteſimum tempus (72) ductae; vis etiam

etiam variabilis exponi poteſt per quotum, qui prodit ex diviſione motus geniti per tempus infiniteſimum, quo producitur.

COROLLARIVM VI.

78. Hinc vires conſtantes, quae duo corpora ita impellunt, ut aequalibus temporibus aequales celeritates illis communicent, ſunt ut maſſae corporum eorumdem. Fiant rectangula duo DC, EV, quorum baſes C & V exponant celeritates corporum A & B, altitudines autem D & E referant eorum maſſas. Cum vires conſtantes proportionales ſint (73) motuum quantitatibus eodem tempore generatis, vis ſollicitans corpus A erit ad vim ſollicitantem corpus B, ut motus quantitas corporis A ad motus quantitatem corporis B, ſive (25) ut rectangulum DC ad rectangulum EV. Sed cum velocitates C & V eodem tempore genitae (*ex hyp.*) ſint aequales, rectangulum DC eſt ad rectangulum EV, ut D ad E; ergo etiam vis ſollicitans corpus A erit ad vim ſollicitantem corpus B, ut D ad E, ſive ut maſſa corporis A ad maſſam corporis B. Tab. I. Fig. 1.

L E X III.

79. *Actioni aequalis, & contraria eſt reactio, hoc eſt per actionem & reactionem aequales motus mutationes in corporibus in ſe invicem agentibus producuntur, quae mutationes verſus contrarias partes diriguntur.*

 Dum

Dum corpus unum in aliud quiescens agit, eius vis eo tendit, ut illius superet resistentiam. Non igitur vim omnem insumit corpus agens, sed solummodo eam partem, quae necessaria est ad superandam patientis corporis resistentiam. Ea pars vis quam insumit, vocatur *actio*, & resistentia quam corpus patiens exerit, *reactio* dici solet. Sed vi amissae ab agente corpore aequalis est, & contraria patientis corporis resistentia. Ergo actioni aequalis, & contraria semper est reactio.

Scholion.

80. Perperam aliqui ex aequalitate actionis, & reactionis nullum motum oriri posse contendunt; ut enim quiescant corpora quae in se agunt, non solum operae pretium est, ut actiones aequentur, sed ut etiam vires ab illis adhibitae sint aequales. Tunc nempe quiescunt, cum vires aequales habent, adhibentque vim omnem quam possident; siquidem in hoc casu cum nihil eis supersit virium, nullus motus exoriretur. At si vis corporis agentis maior sit patientis corporis resistentia, necessario movebitur corpus patiens. Ita si equus lapidem funi alligatum trahit, etiam equus vicissim a lapide retrahetur, & actio equi in lapidem aequabitur reactioni lapidis in equum. Verum quia vis tota equi maior est tota lapidis resistentia, equus vi aliqua post su-

pe-

peratam lapidis resistentiam lapidem ipsum trahet.

COROLLARIUM.

81. Hinc novimus qua ratione navigia remis aguntur, animalia natant, avesque in aere promoventur. Dum navigium agitur remis, aqua per remorum palmulas retro pulsa, in remos aequaliter reagit, eosque promovet cum navigio, cui adfixi sunt; nisi enim aqua in navigii remos reageret, nullus navigio motus imprimeretur. Similiter cum nihil aliud sit natatio, quam brachiorum, pedumque remigium, facile intelligimus cur intra aquam animalia omnia promoventur. Idem de volatu avium est dicendum; hae siquidem alis suis aerem deorsum feriunt, & aer reagens, eas sursum elevat. Si versus ortum aerem pellant aves, reactio contraria aeris ipsas in occasum abire cogit.

CAPUT VI.

De motu composito.

DEFINITIO XXI.

82. MOtus *simplex* ille est, qui ex vi unica, aut pluribus viribus in eandem directionem agentibus, vel etiam inter se oppositis ortum habet.

DEFINITIO XXII.

83. *Motus compositus* ille est, qui ex pluribus viribus iuxta varias directiones in idem corpus agentibus derivatur.

AXIOMA I.

84. Vires aequales, & contrariae in idem corpus agentes, mutuum effectum tollunt.

SCHOLION.

Tab. II. Fig. 6. 85. Ita si vis quaepiam expressa recta BA, urgeat corpus M versus L, & contra vis altera primae aequalis, atque exposita per LA, illud sollicitet versus B; quiescet utique corpus M. Nulla siquidem ratio est, cur mobile uni potius, quam alteri virium obsecundet.

AXIOMA II.

86. Motus a viribus conspirantibus, hoc est secundum eandem directionem agentibus generatus, aequipollet ipsarum summae.

SCHOLION.

Tab. II. Fig. 6. 87. Ita si duae vires LO, OA agant simul in corpus M secundum eandem directionem LA, illudque urgeant versus B; movebitur quidem corpus vi quae exponitur recta LA, quae est summa virium LO, OA.

AXIO-

AXIOMA III.

88. Motus a viribus inaequalibus, & contrariis in idem corpus agentibus generatus, aequipollens est earundem virium differentiae.

SCHOLION.

89. Ita si vis BA urgeat corpus M versus L, & contra, altera vis OA minor priore ipsum sollicitet versus B; utique sumpta AS aequali AO, corpus movebitur virium differentia BS. Nam vis BA valet (86) summam virium BS SA; sed vis SA destruitur (84) ab aequali, atque opposita vi OA. Ergo corpus M movebitur versus L superstite vi BS. Tab. II. Fig. 6.

PROPOSITIO VI

90. *SI quodlibet corpus A urgeatur viribus N & M, quarum altera agat iuxta AC, altera iuxta AB, vires autem subito agant, statimque deserant corpus; promovebitur mobile per AF, mediam scilicet inter AC, AB.* Tab. II. Fig. 7.

Si actio sola vis N concitaret ad motum mobile A, hoc sane (67) pergeret per AC; tenderet autem in recta AB, si in ipsum ageret vis sola M. Cum vero eodem tempore urgeatur corpus binis viribus N & M, utique ferri debet nec per AC, nec per AB, sed directionem mediam AF acquiret, ut ita utrique virium obsecundet. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

91. Directio media AF linea recta erit. Cum enim vires subito agant, statimque deserant corpus; hoc absque dubio (67) directionem quam initio habuit, retinebit, ideoque in recta linea promovebitur.

COROLLARIUM II.

92. Aequabilis quoque erit motus corporis iuxta AF. Nam propter vires N & M, quae subito agunt, statimque deserunt corpus, nulla alia mobili vis accedit; quae prosit illi motui, vel officiat. Ergo (67) promovebitur aequabiliter iuxta AF.

PROPOSITIO VII.

Tab. II. Fig. 8. 93. *Corpus A impulsum vi quappiam M iuxta AB, parallelam scilicet ad CF, vis illius actione neque accedet ad CF, neque removebitur ab eadem.*

Per secundam Newtoni legem omne corpus semper moveri pergit in illa recta, iuxta quam impellitur a vi motrice; sed corpus A vi M impellitur (*ex hyp.*) iuxta AB. Igitur semper debebit tendere iuxta AB, quae cum sit parallela ipsi CF, utique vis M actione neque accedet mobile ad CF rectam, neque removebitur ab eadem. Q. E. D.

Co-

COROLLARIVM I.

94. Si vires itaque N & M secundum rectas AC, AB subito agant, statimque deferant corpus A; hoc aeque velocius accedet ad CF rectam ac si vis altera M abesset. Cum enim mobile ob vim M (93) neque ad CF accedat, neque ab illa removeatur, utique accessus mobilis ad CF proveniens ex vi N, nec augeri debet, nec minui a vi M. Ergo aeque velocius accedet mobile ad CF ac si vis altera M abesset. Tab. II. Fig. 8.

COROLLARIVM II.

95. Ducta pariter BF recta, parallela scilicet ad AC, liquet (94) mobile A iunctis viribus N & M aeque velocius accedere ad BF rectam ac si vis altera N abesset. Igitur mobile idem A aeque velocius accedet ad rectas CF, BF sive iunctae sint vires N & M, sive ipsae sint mutuo separatae. Tab. II. Fig. 8.

PROPOSITIO VIII.

96. *SI binae vires N & M secundum rectas AC, AB subito agant, statimque deferant corpus, tales autem sint illae vires, ut vi sola N absolvat mobile aequabiliter AC rectam eodem tempore, quo vi altera sola M absolveret rectam AB; facto parallelogrammo ACFB, mobile idem A motu composito describet aequabiliter diagonalem AF eodem tempore illo,* Tab. II. Fig. 8.

illo, quo viribus separatis absolveret seorsim latera AC, AB.

Vocetur T tempus illud, quod insumeret corpus A dum viribus separatis absolveret rectas AC, AB. Hoc posito, si sola vis N impelleret corpus A, hoc sane post tempus T attingeret (*ex hyp.*) CF rectam. Si pariter vis M sola ageret in corpus A, hoc utique post tempus T perveniret (*ex hyp.*) ad BF rectam; sed mobile A aeque velocius (95) accedit ad rectas CF, BF sive iunctae sint vires N & M, sive sint ipsae invicem separatae. Ergo dum hae vires coniunctim agunt, corpus A post tempus T attinget simul rectas CF, BF, hoc est reperietur in puncto F, quod commune est utrique rectae, ideoque (91) tempore T diagonalem AF describet, & quidem motu (92) aequabili, ac uniformi. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

97. Cum mobile A iunctis viribus N & M absolvat aequabiliter diagonalem AF eodem tempore illo, quo viribus separatis percurrit uniformiter latera AC, AB; vis composita erit (75) ad summam virium componentium, ut diagonalis AF ad summam laterum AC, AB.

COROLLARIUM II.

98. Quoniam vires sunt ut motus (73) ab iisdem geniti dato tempore; etiam motus

tus compositus erit ad summam motuum componentium, ut diagonalis AF est (97) ad summam laterum AC, AB, sive BF, AB.

COROLLARIUM III.

99. In triangulo autem ABF latus unum AF minus est summa reliquorum BF, AB. Ergo & motus compositus minor erit summa motuum componentium; unde in motu composito absoluti motus quantitas diminuitur.

COROLLARIUM IV.

100. Quia mobile A eodem modo moveri solet, sive urgeatur duobus motibus AC, AB, sive unico (96) motu AF; motus duo laterales AC, AB aequipollebunt motui uni AF.

COROLLARIUM V.

101. Quemadmodum bini motus AC, AB componunt (96) tertium motum AF, ita vicissim quilibet motus AF resolvetur in duos AC, AB, si supra AF rectam velut diagonalem fiat parallelogrammum CABF.

PROPOSITIO IX.

102. *Si in parallelogrammo ABFC componentes motus AB, AC, nec non compositus per AF reducantur ad communem directionem quampiam AD; summa motuum componentium composito motui est aequalis.* Tab. II. Fig. 9.

Su-

Supra rectas AB, AF, AC velut diagonales fiant rectangula AOBE, AKFD, ALCI. Quia in parallelogrammo ABFC sunt parallelae BF, AC, angulus BFA aequabitur FAC; sed propter parallelas KF, AD, angulus KFA aequatur alteri FAD. Ergo & reliquus BFH aequalis erit reliquo DAC, aut sibi alterno ACL. Verum in triangulis HBF, LAC sunt quoque aequales tum recti anguli H & L, tum etiam rectae BF, AC; ergo aequales quoque erunt BH, AL, sive OK, AL. Porro in parallelogrammis AOBE, ALCI quatuor motus AO, AE, AL, AI, sive tres tantum AK, AE, AI (ob destructionem aequalium, atque oppositorum motuum AL, KO) aequivalent binis AB, AC, sive (100) uni AF; sed etiam in parallelogrammo AKFD bini motus AK, AD aequipollent ipsi AF. Ergo tres motus AK, AE, AI aequivalebunt binis AK, AD, atque adeo duo AE, AI aequipollentes erunt, imo aequales potius uni AD. Q. E. D.

Scholion.

103. Caeterum AD rectam valere summam binarum AE, AI, ex Geometria etiam liquet. Ex puncto enim C agatur CP, ipsi AD parallela, quae occurrat rectae FD in P. Constat BH rectam (102) aequari AL, aut DP; unde additis utrinque aequalibus HE, FD, erit BE ipsi FP aequalis. Iam vero in parallelogrammo ABFC aequalia sunt latera AB,

Tab. II. Fig. 9.

CF,

CF, ideoque aequabuntur quoque eorum quadrata. Sed quadratum AB valet quadrata simul BE, EA, atque CF quadratum valet simul quadrata FP, PC; ergo duo quadrata BE, EA aequalia erunt quadratis FP, PC. Verum BE quadratum aequale est quadrato FP; ergo & EA quadratum aequabitur PC quadrato, atque ita aequales erunt EA, PC sive EA, DI, & addita utrinque AI, summa rectarum AE, AI aequabitur rectae AD.

COROLLARIUM.

104. Ergo in motu composito quantitas motus relate ad datam aliquam directionem (102) constanter eadem perseverat.

CAPUT VII.

De motu accelerato, & retardato.

PROPOSITIO X.

105. *Si corpus vi aliqua constante continue urgeatur; eiusdem motus erit uniformiter acceleratus. Si vero in corpus iam motum continue agat secundum directionem contrariam directioni motus illius; motus erit uniformiter retardatus.*

I. Tempus quo vis constans ad motum corpus impellit, divisum intelligatur in aequales particulas valde exiguas, atque vis actio pri-

prima temporis particula in corpus agat. Si iam elapso primo tempore vis actio cessaret, nihilominus corpus servaret motum ex primo impulsu acceptum, atque aequabiliter (67) deferretur. At quoniam vis indesinenter in corpus agit, secunda quoque particula eadem vis alium impulsum priori aequalem corpori communicaret, ac proinde eius velocitas post duos impulsus prioris velocitatis (74) dupla erit. Rursus si vis omnino tolli fingatur, corpus tamen in eadem recta cum eadem velocitate moveri (67) perget. Cum vero & tertia temporis particula corpus eadem vis actione sollicitetur, alium quoque motum utrivis priorum aequalem, elapso tertio tempore obtinebit, atque ita eius velocitas post tres impulsus prioris velocitatis tripla erit, & sic deinceps. Itaque corpus aequalibus temporibus aequalia accipiet velocitatis incrementa, atque adeo eius motus erit uniformiter (36) acceleratus.

II. Similiter demonstrabitur motus uniformiter retardari, si vis agentis directio directioni corporis adversetur. Cum enim vis actio contra inceptum motum continue atque aequaliter agat, utique aequalibus temporibus aequales gradus velocitatis ab illo detrahet, atque adeo eius motus erit uniformiter (36) retardatus. Q. E. D.

Corollarium I.

106. Igitur celeritates a corpore acquisitae

tae, erunt ut particulae temporis ab initio elapſae, ac proinde creſcent ut tempora, ſeu erunt temporibus proportionales.

COROLLARIUM II.

107. Cum vis utcumque variabilis agens tempore infinite parvo, haberi queat veluti conſtans (64); patet, quod omnis motus vi qualibet genitus, & utcumque acceleratus, aut retardatus, ipſo initio per tempus infiniteſimum ſpectari poteſt tamquam uniformiter acceleratus, aut (36) retardatus.

COROLLARIUM III.

108. Si corpus quieſcens vi qualibet variabili, vel conſtanti continue urgeatur, & deinde eadem velocitate, quam vis illius actione continua acquiſivit contra directionem vis illius agentis proiiciatur, ut veſtigia ſua relegat; corpus illud in itu & reditu ſuo eandem habebit velocitatem, ubi ad eadem viae ſuae puncta eundo & redeundo pervenerit, adeoque motum redeundo non amittet, niſi cum pervenerit ad punctum, ex quo cepit eundo moveri. Nam vis in itu & reditu corporis aequalibus temporibus aequales celeritatis gradus generat, & extinguit.

PROPOSITIO XI.

109. *SI vis continue in corpus agens fuerit conſtans, velocitatis linea recta erit; ſi au-* Tab. II. Fig. 3. 4.

si autem fuerit variabilis, velocitatis linea erit curva.

Tab. II. Fig. 3. I. Recta AG exponat tempus in partes aequales infinitesimas divisum, & perpendiculares BH, CK; DL &c. exponant celeritates a mobili acquisitas temporibus correspondentibus AB, AC, AD &c. His positis, si constans fuerit vis perpetuo agens, celeritates ab initio motus a corpore acquisitae, erunt ut tempora, quibus (106) productae sunt. Igitur celeritas DL tempore AD acquisita, erit ad celeritatem GP genitam tempore AG, ut tempus AD ad tempus AG. At si recta non esset velocitatis linea ALP, neque etiam DL ad GP foret ut recta AD ad AG; ergo recta erit velocitatis linea ALP.

Tab. II. Fig. 4. II. At si vis fuerit variabilis, nec motus erit uniformiter acceleratus, neque celeritates proportionales erunt temporibus, quibus a mobili acquiruntur, ideoque non erit DL ad GP, ut AD ad AG. Puncta igitur A, L, P ad rectam lineam non spectabunt, sed in curva aliqua locabuntur, cuius natura determinanda erit ex lege, iuxta quam celeritas augetur. Q. E. D.

LEMMA II.

Tab. II. Fig. 2. 110. *Si in axe AO curvae cuiuslibet ASR capiatur FG infinitae parva respectu abscis-*

abscissae AG, quam secat GP ad angulos rectos, & ducta ipsi GP parallela FS, compleantur rectangula GS, GL, quorum alterum curvae inscriptum sit, alterum circumscriptum; haec duo rectangula pro aequalibus sumi queunt.

Quoniam ordinatae FS, GP infinite propinquae sunt, utique ipsae possunt pro aequalibus usurpari (63); sed GT est ipsi FS aequalis. Ergo & rectae GP, GT pro aequalibus sumi queunt. Sed rectangulum GL est ad rectangulum GS, ut GP ad GT; ergo haec quoque rectangula pro aequalibus sumi possunt. Q. E. D.

COROLLARIUM. I.

111. Quia rectangula GS, GL plus differunt inter se, quam a Trapezio FGPS; liquet, quod si illa pro aequalibus sumi queunt (110), multo magis alterutrum eorumdem accipi poterit veluti aequale eidem trapezio FGPS.

SCHOLION.

112. Quod fuit hactenus demonstratum in curva linea ASR, liquet etiam habere locum in triangulo rectangulo HGP, cui proinde inscripta & circumscripta rectangula GS, GL sumi poterunt pro trapezio FGPS.

PROPOSITIO XII.

Tab. I. Fig. 3. 4. 113. *SI corpus vi qualibet continue ad motum sollicitetur; spatium descriptum tempore AF erit ad spatium absolutum tempore AG, ut area AFN ad aream AGP.*

Quoniam motus finitus utcumque acceleratus, tempore infinitesimo pro aequabili (38) sumi potest, etiam celeritas EM tempore finito AE acquisita, per tempus infinitesimum EF spectari potest veluti invariata. Ergo spatium percursum tempore infinite parvo EF; erit (47) ut rectangulum EMIF, sive ut trapezium EMNF, quod pro illo rectangulo sumi (112 111) potest. Similiter spatium infinitesimo tempore DE absolutum, erit ut correspondens trapezium DLME, spatium vero percursum tempore infinitesimo CD, erit ut trapezium CKLD, & sic porro. Ergo spatium absolutum tempore finito AF, erit ut summa omnium trapeziorum correspondentium singulis infinitesimis partibus rectae AF, sive ut area AFN. Simili modo ostendam, spatium percursum tempore toto AG, esse ut area AGP. Erit igitur spatium descriptum tempore AF ad illud quod percurritur AG tempore, ut area AFN ad aream AGP. Q. E. D.

Co-

COROLLARIUM.

114. Completo rectangulo AGPQ, area AGP erit ad rectangulum AGPQ, ut spatium quod corpus vi qualibet sollicitatum motu accelerato describit tempore AG, ad spatium quod eodem tempore motu aequabili describeret cum velocitate acquisita GP. Nam spatium motu aequabili percursum tempore AG cum velocitate GP, est (47) ut rectangulum AGPQ; spatium vero accelerato motu eodem tempore AG percursum, est (113) ut area AGP. Igitur hoc spatium ad illud erit, ut area AGP ad rectangulum AGPQ.

PROPOSITIO XIII.

115. *SI corpus cum velocitate acquisita GP contra directionem vis sollicitantis feratur, & vestigia sua relegat; spatium tempore GD retardato motu descriptum, erit ad spatium eodem tempore describendum uniformiter cum velocitate GP, ut area GDLP ad rectangulum GDRP.* Tab. II. Fig. 3. 4.

Dum corpus cum velocitate acquisita GP contra actionem vis sollicitantis movetur, contraria actione vis sollicitantis celeritas ipsius decrescit, uti antea crescebat secundum vis illius directionem, ideoque in fine temporis infinite parvi GF superstes veloci-

tas est FN, in fine tempusculi FE est EM, & sic porro. Cum vero tempore infinite parvo GF perinde corpus se habeat ac si moveretur (38) cum eadem velocitate, spatium interea descriptum, erit ut rectangulum (47) GFTP, sive ut trapezium GFNP, quod pro illo rectangulo sumi (112 111) potest. Simili modo constabit, spatium tempusculo FE descriptum, esse ut correspondens trapezium FEMN, & sic deinceps. Igitur spatium tempore GD retardato motu percursum, erit ut area GDLP; sed spatium eodem tempore cum velocitate GP aequabiliter describendum, est (47), ut rectangulum GDRP. Igitur spatium tempore GD retardato motu descriptum, erit ad spatium eodem tempore uniformiter percurrendum cum velocitate GP, ut area GDLP ad rectangulum GDRP. Q. E. D.

PROPOSITIO XIV.

116. *Si vis sollicitans constans sit, seu si motus fuerit uniformiter acceleratus; spatia ab initio motus descripta, erunt ut quadrata temporum quibus percursa sunt.*

Tab. II. Fig. 3. Quoniam vis sollicitans constans est, recta (109) erit velocitatis linea ALP, ideoque triangularis erit area AGP. Igitur spatium ab initio motus descriptum tempore quolibet AD, est (113) ad spatium descriptum tempore alio AG, ut area trianguli ADL ad aream

ream trianguli AGP. Sed propter parallelelas DL, GP, triangula ADL, AGP sunt similia, adeoque sunt inter se, ut quadrata laterum homologorum AD, AG. Ergo spatia ab initio motus descripta temporibus AD, AG, sunt etiam ut quadrata illorum temporum. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

117. Cum velocitates sint (106) ut tempora quibus acquiri solent, spatia ab initio motus descripta temporibus AD, AG, erunt quoque (116) ut quadrata celeritatum acquisitarum DL, GP.

COROLLARIUM II.

118. Quoniam omnis motus vi qualibet genitus, & utcumque acceleratus ipso initio per tempus infinitesimum considerari potest tamquam motus uniformiter (107) acceleratus; utique spatiola descripta erunt (116) ut quadrata tempusculorum, quibus describuntur, atque etiam (117) ut velocitatum quadrata, quae illis tempusculis acquiruntur.

COROLLARIUM III.

119. Hinc in motu uniformiter accelerato si tempora ab initio computata sumantur in progressione numerorum naturalium 1. 2. 3. 4. 5. &c.; spatia his temporibus absoluta, erunt (116) ut termini progressionis numerorum quadratorum 1. 4. 9. 16. &c.

COROLLARIUM IV.

120. Spatia vero singulis temporibus aequalibus seorsim sumptis percursa, erunt ut termini progressionis numerorum imparium 1. 3. 5. 7. 9. &c. Nam cum spatium primo tempore percursum, sit ut 1, & duplo percursum tempore (119) sit ut 4; spatium secundo tempore seorsim sumpto descriptum, erit ut 4 dempto 1, sive ut 3. Similiter cum spatium percursum tempore triplo sit ut 9, tempore vero duplo percursum sit ut 4; spatium tempore tertio seorsim sumpto descriptum, erit ut 9 dempto 4, sive ut 5, & sic porro.

COROLLARIUM V.

121. Igitur spatia motu iniformiter retardato descripta temporibus aequalibus seorsim sumptis, secundum numeros impares retrogrado ordine (108) minuuntur.

PROPOSITIO XV.

122. *Spatium quod corpus motu uniformiter accelerato describit a principio motus computatum, est subduplum spatii, quod eodem tempore motu aequabili describeret cum ea velocitate, quam in fine illius temporis in motu uniformiter accelerato acquisivit.*

Spatium quod corpus motu uniformiter ac-

accelerato describit tempore AG est ad spatium quod motu aequabili eodem tempore describeret cum velocitate acquisita GP, ut (114) triangulum AGP ad rectangulum AGPQ. Sed triangulum AGP subduplum est rectanguli AGPQ; ergo & spatium motu uniformiter accelerato descriptum tempore AG quo acquiritur velocitas GP, est subduplum spatii, quod cum illa velocitate GP eodem tempore AG describeretur. Q. E. D. Tab. II. Fig. 3.

COROLLARIUM I.

123. Hinc celeritas motu uniformiter accelerato acquisita, exponitur per quotum dupli spatii percursi, divisi per tempus quo percurritur; in aequabili enim motu celeritas exponi solet per quotum, qui prodit ex divisione spatii per tempus (50) quo percurritur.

COROLLARIUM II.

124. Quia omnis motus vi qualibet genitus, & utcumque acceleratus ipso initio per tempus infinitesimum potest (107) pro uniformiter accelerato spectari; liquet, celeritatem hoc motu genitam exponi posse per quotum, qui emergit dividendo duplum spatii ab initio motus descripti per tempus infinitesimum, quo percurritur.

PROPOSITIO XVI.

Tab. II. Fig. 10. 125. *SI massae aequales corporum M & N viribus constantibus continue impellantur; spatia dato tempore ab eisdem percursa, erunt ut vires ipsae.*

Tempus quo vires agunt exponat recta AB, rectae vero BC, BL, ipsi AB normales, referant velocitates in fine illius temporis ab utroque mobili acquisitas. Iungantur AC, AL. Cum massae corporum M & N constantibus viribus continue urgeantur, utique motu uniformiter accelerato (105) promoveri debebunt. Cum itaque massa M tempore AB acquirat velocitatem BC, utique spatium ab eadem percursum, erit (113) ut triangulum ABC. Similiter spatium tempore AB percursum ab altera massa N, erit (113) ut triangulum ABL. Spatium ergo percursum a massa M erit ad spatium absolutum a massa N, ut triangulum ABC ad aliud ABL, sive ut basis BC ad basin BL, sive ut velocitas acquisita a mobili M, ad eam quam obtinuit massa N. Sed etiam vires constantes sunt ut celeritates, quae eodem tempore in massis aequalibus (75) generantur. Ergo etiam spatia quae eodem tempore absolvuntur, erunt ut vires ipsae. Q. E. D.

CA-

CAPUT VIII.

De naturali Gravium motu.

DEFINITIO XXIII.

126. Vis qua singula aequalia elementa corporis tellurem petunt, *acceleratrix gravitas* appellatur.

DEFINITIO XXIV.

127. Gravitas acceleratrix per omnia elementa corporis distributa, constituit eius *pondus*, quod etiam *gravitas motrix*, aut *absoluta gravitas* dici solet.

SCHOLION.

128. Sicuti enim ex determinato elementorum aequalium numero massa corporis coalescit, ita ex determinato numero aequalium virium gravitantium oritur pondus, seu totus conatus corporis terram versus.

COROLLARIUM.

129. Gravitas ergo acceleratrix toties repetita, quot sunt in corpore aequalia elementa, hoc est acceleratrix gravitas ducta in massam, erit (127) ut pondus, seu motrix gravitas corporis cuiuscumque.

PHOENOMENON.

130. Gravitas motrix, seu pondus corpo-

ris cuiuſcumque in illis locis, in quibus experimenta capere licet, ſeu per intervalla non nimis magna deprehenditur conſtans, hoc eſt dum grave cadit ex altitudine, quae a ſuperficie terrae non multum diſtat, in ſingulis punctis ſpatii quod deſcribit, eundem conatum exerit ad deſcendendum. Nam ſi deſcenſus corporis obſtaculo aliquo impediatur, obſtaculum illud eodem corporis pondere aequaliter premi ſolet in montis vertice, atque in eius radice.

COROLLARIUM.

131. Quia pondus eſt ut acceleratrix gravitas ducta (129) in maſſam, haec vero eadem eſt in vertice atque in montis radice; utique ſi pondus per totam montis altitudinem conſtans (130) ſit, etiam acceleratrix gravitas conſtans erit.

SCHOLION.

132. Eſto ex Newtoni calculo plane conſtet, gravitatem acceleratricem in ea minui ratione, qua augentur quadrata diſtantiarum a centro terrae, nihilo tamen minus per intervalla non nimis magna ipſa haberi poterit velut conſtans. Cum enim globi terraquei ſuperficies diſtet ab eius centro milliaribus circiter 3440, utique ſi grave ex montis radice transferatur in eius verticem milliari unico altum, eius diſtantia a centro terrae milliari unico aucta erit. Sed huiuſmodi incrementum inſenſibile prorſus eſt, ſi com-

comparetur cum enormi terrestris radii magnitudine; ergo dum cadit grave ex montis vertice in radicem, eius acceleratrix gravitas haberi poterit pro constanti.

PROPOSITIO XVII.

133. *Pondera, seu gravitates motrices corporum quorumcumque sunt, ut massae corporum eorumdem.*

Si in machina Pneumatica aptetur longior tubus, in cuius parte superiori pendeat plumbum, & levissima pluma, facto vacuo, eodemque instanti temporis plumbo & pluma demissis, ambo perveniunt simul ad machinae eiusdem tabulam, ideoque eadem velocitate omnino cadunt. Hoc in omnibus gravibus suspicatus iam olim Lucretius fuit, Galileus postea aliquatenus demonstravit, Newtonus demum facto experimento, extra dubitationis aleam collocavit. Itaque pondera, seu gravitates motrices corporum quorumcumque, quae constantes (130) sunt per longitudinem totam tubi, respectiva corpora ita urgent, ut aequalibus temporibus aequales celeritatis gradus illis communicent. Sed vires motrices constantes hoc modo corpora impellentes, sunt (78) ut massae corporum eorumdem; ergo in eadem ratione etiam pondera ipsa erunt. Q. E. D.

SCHO-

SCHOLION.

134. Quod si contingat, ut ubi vacuum nullum est, corpus gravius cadat citius leviore, id unice est repetendum ab aeris resistentia, quae, caeteris paribus, minus officit graviori. Res clarior exemplo fiet. Sunto duo globi A & B eadem praediti densitate, sed diameter primi A dupla sit diametri alterius B; liquet, superficiem globi A quadruplam fore superficiei globi B, octuplam vero massam. Vnde si globus B duobus gravitatis gradibus continue sollicitetur, sexdecim gravitatis gradibus indesinenter urgebitur (133) globus A. Finge modo, hos duos globos intra aerem promoveri, cuius tanta sit resistentia, ut ex globo B auferat gravitatis unicum gradum; quis non videt, gradus quatuor gravitatis auferendos esse a globo A, cuius superficies quadrupla est, atque ita subit quadruplam resistentiam? Igitur globus B post superatam aeris resistentiam unum gravitatis gradum habebit, duodecim vero gradus adhuc supererunt globo A, quibus distributis in octo aequales partes, in quas dividitur globus A, quaelibet harum partium uno gravitatis gradu cum dimidio impelletur. Sed alius globus B, qui singulis illis partibus est aequalis, uno tantum gravitatis gradu sollicitatur. Globus igitur gravior A descendet citius leviore B.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

135. *Motus gravium libere decidentium per intervalla non nimis magna in medio non resistente, est uniformiter acceleratus. Et contra, motus gravium in medio non resistente verticaliter ascendentium, est uniformiter retardatus.*

Si corpus vi motrice constanti secundum eandem directionem continue urgeatur, motus illius vi illa genitus contiue atque uniformiter (105) acceleratur, & contra si vis motrix constans in corpus iam motum continue agat secundum directionem contrariam directioni illius, corpus motu uniformiter retardato (105) progreditur. Sed copora gravia descendentia per intervalla non nimis magna, vi gravitatis constanti secundum eandem directionem continue (130) sollicitantur, sicuti & dum ascendunt; ergo motus gravium descendentium uniformiter acceleratus est, atque ascendentium retardatus. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

136. Igitur 1.° velocitates acquisitae in gravium lapsu erunt, ut tempora (106) quibus acquiri solent. 2.° Spatia a quiete cadendo descripta, erunt ut quadrata temporum quibus (116) descripta sunt, vel etiam

ut

ut quadrata velocitatum his temporibus (117) acquisitarum. 3°. Spatia singulis aequalibus temporibus seorsim sumptis percursa, erunt (120) ut numeri impares 1. 3. 5. 7. 9. &c. 4°. Spatium quod grave accelerato describit motu, est subduplum spatii, quod eodem tempore motu aequabili describeret cum ea velocitate, quam in fine illius temporis in motu uniformiter accelerato (122) acquisivit.

Corollarium II.

137. Si grave sursum verticaliter proiiciatur cum velocitate in descensu acquisita, idem spatium eodem tempore ascendendo describet, quod emensum fuerat (108.) descendendo; sed partes spatii utroque motu, descensus nempe atque ascensus percursae, ordine retrogrado sibi invicem (121) respondebunt.

PROPOSITIO XIX.

Tab. II. Fig. 11. 12. 138. *Si recta EB spatium referat a libere cadente gravi descriptum, factoque semicirculo ENB, agatur quaepiam PM perpendiculariter ad EB, & iungatur chorda EM; velocitas acquisita lapsu EP erit ad velocitatem acquisitam lapsu EB, ut chorda EM ad diametrum EB.*

Iungatur recta MB. Quoniam EP est ad EM,

EM, ut eadem EM ad EB, ſpatium EP erit ad ſpatium EB, ut quadratum EM ad quadratum EB. Sed ſpatium EP eſt ad ſpatium EB, ut quadratum velocitatis acquiſitae lapſu (136) EP ad quadratum velocitatis acquiſitae lapſu EB. Ergo quadratum velocitatis lapſu EP acquiſitae, eſt ad quadratum illius quae acquiritur lapſu EB, ut quadratum EM ad quadratum EB, ideoque velocitas lapſu EP acquiſita, erit ad velocitatem quae acquiritur lapſu EB, ut chorda EM ad diametrum EB. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

139. Igitur velocitates acquiſitae a mobili poſt lapſus EP, EQ, erunt ut chordae correſpondentes EM, EN. Nam velocitas acquiſita lapſu EP eſt (138) ad velocitatem acquiſitam lapſu EB, ut chorda EM ad EB. Pariter velocitas acquiſita lapſu EB eſt (138) ad velocitatem acquiſitam lapſu EQ, ut EB ad EN. Ergo ex aequo, velocitas acquiſita lapſu EP erit ad velocitatem quae acquiritur lapſu EQ, ut chorda EM ad chordam EN.

COROLLARIUM II.

140. Quia velocitates acquiſitae poſt lapſus EP, EQ, ſunt ut tempora, quae mobile inſumit cadendo (136) per illas rectas; liquet, etiam (139) tempus per EP eſſe ad tempus per EQ, ut chorda EM ad EN.

CA-

CAPUT IX.

De quiete & lapsu corporum gravium.

DEFINITIO XXV.

141. PArs una corporis dicitur alteri *aequiponderare*, si neutra alteram movet.

DEFINITIO XXVI.

142. *Centrum gravitatis* est punctum illud, per quod corpus dividitur in partes aequaliter ponderantes.

COROLLARIUM I.

143. Quod si ergo descensus centri gravitatis obstaculo aliquo impeditur, quiescit grave.

COROLLARIUM II.

144. Quare si corpus ex centro gravitatis suspenditur, non movetur.

COROLLARIUM III.

145. Totam ergo corporis gravitatem in centro gravitatis coactam supponere licet, atque ita pro gravi corpore in demonstrationibus substitui potest centrum gravitatis.

Co-

COROLLARIVM IV.

146. Sicuti ergo grave descendit semper, si descensui nihil obstet, ita centrum gravitatis descendere semper debet, nisi obstaculo impediatur.

COROLLARIVM V.

147. Quemadmodum grave ascendere per se nequit, nisi a vi extranea impellatur, ita gravitatis centrum non ascendit, nisi a vi externa aliqua urgeatur.

DEFINITIO XXVII.

148. *Planum gravitatis* est illud, quod dividit corpus in duas partes aequaliter ponderantes, hoc est per centrum gravitatis corporis (142) transit.

COROLLARIVM.

149. Hinc centrum gravitatis parallelepipedi HS hoc modo practice invenitur. Super latere prismatis trigoni FG huc illuc promoveatur corpus HS, donec utrinque aequilibrentur eiusdem partes. Hoc posito, planum verticale transies per KL, dividet idem corpus in duas partes aequaliter ponderantes, ideoque erit planum (148) gravitatis, transibitque proinde per gravitatis centrum corporis dati. Rursus mutato corporis eiusdem situ, super eodem prismatis latere aequilibretur, eritque MN denuo latus plani Tab. II. Fig. 13.

ni per gravitatis centrum traiecti. Horum ergo planorum mutua intersectio transibit per idem centrum, atque adeo si haec bifariam dividatur, centrum gravitatis corporis designabit.

DEFINITIO XXVIII.

150. Gravia *homogenea* illa sunt, quorum pondera sunt voluminibus proportionalia. Secus veto *eterogenea* dici solent.

COROLLARIUM.

151. Igitur si duorum corporum gravium aequalia volumina sint aequaliter ponderantia, homogenea gravia erunt. Si vero ponderent inaequaliter, indicium erit esse corpora eterogenea.

DEFINITIO XXIX.

152. *Centrum magnitudinis* est illud punctum, per quod divisa magnitudo relinquit duas partes utrinque aequales.

COROLLARIUM I.

153. Quia in gravibus homogeneis aequalia volumina sunt aequaliter (151) ponderantia, in illis centrum magnitudinis idem erit cum centro (142) gravitatis.

COROLLARIUM II.

154. Igitur omnium circulorum, ellipsium, sphaerarum, & quarumcumque regularium figu-

gurarum centrum gravitatis idem eſt cum magnitudinis centro. In circulo ſiquidem, ellipſi, & figuris regularibus, quae ſemper circulo inſcribi queunt, ductis utcumque per centrum lineis rectis, lineae illae, totaque area in aequales partes dividi ſemper ſolent. Igitur centrum circuli, ellipſis & regularium figurarum idem eſt cum centro magnitudinis (152), ideoque etiam (153) gravitatis.

COROLLARIUM III.

155. In figuris etiam irregularibus communi duarum rectarum interſectione determinari poteſt centrum gravitatis. Siquidem in triangulo reperitur in interſectione duarum rectarum, quae a duobus angulis ductae, latera angulis oppoſita, totumque triangulum bifariam dividunt, ideoque in partes aequiponderantes ſecant. In priſmatibus autem, & cylindris centrum gravitatis eſt punctum medium illius rectae, quae oppoſitarum baſium centra iungit.

DEFINITIO XXX.

156. *Directio* gravium eſt linea recta, quam deſcribit centrum gravitatis corporis dum deſcendit.

DEFINITIO XXXI.

157. Superficies *horizontalis* eſt illa, cuius ſingula puncta aequaliter diſtant a centro terrae.

COROLLARIUM.

158. Hinc ſuperficies ſtagnantis aquae erit horizontalis. Si enim aliquae guttae aquae magis diſtarent a centro terrae, quam reliquae, diffluere illae poſſent. Cum itaque nihil adſit, quod hunc fluxum valeat impedire, fluerent illae actu, atque adeo aqua non amplius ſtagnans eſſet, contra hypotheſim.

PROPOSITIO XX.

159. *Directio gravium perpendicularis eſt ad ſuperficiem horizontalem.*

Superficiei aquae in vaſe ampliori ſtagnantis ita norma aliqua imponatur, ut eius crus longius ſit erectum, alterum radat aquam. Deinde ex normae apice grave aliquod demittatur, eumque videbimus cum deſcendit, erecti cruris prorſus viam ſequi. Ergo directio gravium perpendicularis eſt ad ſuperficiem ſtagnantis aquae; ſed haec ſuperficies (158) eſt horizontalis. Ergo directio gravium perpendicularis eſt ad ſuperficiem horizontalem. Q. E. D.

COROLLARIUM.

160. Quia ſuperficies terrae eſt (157) horizontalis, ſi ea ſphaerica ſupponatur; ſequitur, in hac hypoteſi gravium directionem perpendicularem (159) eſſe ad ſuperficiem terrae.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

161. *Tellus sphaerica est quamproxime, hoc est pro sphaerica sumi potest.*

Ex accuratis observationibus Maupertuisii, & sociorum in Laponia institutis, axis terrae est ad diametrum aequatoris, ut 177. ad 178.; unde si axi terrae tribuantur, ut solet, milliaria germanica 1720., diameter aequatoris 1729. milliaria germanica continebit. Terrestres ergo diametri per aequatorem & polos ducti, differunt inter se germanicis milliariis 9., hoc est italicis 36. Idem etiam confirmarunt Bouguerius, & socii in Peruvio; ibi siquidem invenerunt, telluris axem esse ad diametrum aequatoris, ut 178. ad 179.; unde superiori calculo instituto, eadem quamproxime invenitur diametrorum terrestrium differentia, 36. scilicet milliarium italicorum. Atqui haec differentia in corpore tam enormi, quale est nostra tellus, insensibilis prorsus est; non ergo impediet quin pro sphaerica sumi queat. Q. E. D.

PROPOSITIO XXII.

162. *Linea directionis secundum quam grave cadit, si produceretur, proxime transiret per centrum terrae.*

Constat ex Geometria, quod linea perpendicularis ad superficiem globi, si produceretur, transiret per eius centrum. Sed quia tellus (161) sphaerica est quamproxime, linea directionis secundum quam grave cadit, perpendicularis est (160) quamproxime ad superficiem terraquei globi. Ergo linea directionis producta, proxime transiret per centrum terrae. Q. E. D.

PROPOSITIO XXIII.

163. *Gravium directiones quae non nimis invicem distant, pro parallelis haberi possunt, hoc est sunt sensibiliter parallelae.*

Quemadmodum circulus terrae maximus spectari potest velut polygonum ex infinitis, atque infinite parvis lateribus rectis constans, sic terraqueus etiam globus concipi potest veluti polyedrum ex infinitis, atque infinite parvis planis lateribus terminatum, ideoque superficiei terrestris exigua illa portio quam comprehendunt gravium directiones non nimis dissitae inter se, pro una ex infinitis illis superficiebus planis haberi potest. Sed quia tellus pro sphaerica sumi (161) potest, gravium directiones sunt normales terrestri (160) superficiei, atque adeo etiam ad superficiem illam planam. Pro parallelis igitur sunt habendae, hoc est sunt sensibiliter parallelae. Q. E. D.

SCHO-

SCHOLION.

164. Id quoque aliter ſic oſtendo. Duorum gravium directiones inter ſe diſtent milliari uno. Quoniam unus gradus circuli terrae maximi eſt circiter 60. milliarium italicorum, utique arcus unius minuti circiter erit unius milliaris; ſed arcus unius minuti pro recta linea ſumi poteſt. Ergo & pro ſuperficie plana haberi poterit terrae portio intercepta a duabus gravium directionibus, quae diſtant milliari unico inter ſe, ideoque cum huiuſmodi directiones ad illam ſuperficiem ſint (160) normales, erunt etiam mutuo parallelae. Igitur ſi grave ad milliaris diſtantiam proiiciatur, in ſingulis punctis ſemitae quam deſcribit, vis gravitatis in illud aget iuxta directiones ſenſibiliter parallelas.

PROPOSITIO XXIV.

165. *SI quodvis corpus ita innixum ſit plano horizontali, ut cadat directionis linea intra baſim; corpus in ſitu ſuo quieſcit. At ſi linea directionis ceciderit extra baſim; corpus in illam labitur partem, verſus quam cadit linea directionis.*

I. Sit corpus DACB ita innixum plano horizontali MN, ut eius linea directionis EF cadat intra baſim BD: dico, illud quieſcere in hoc ſitu. Iuncta ſiquidem BE re- Tab. III. Fig. 1.

 cta,

cta, & ducta horizontali EH, centro B per E describatur circulus ELV, quem secet in puncto L recta BO, ipsi FE parallela. Quoniam parallelae sunt horizontales rectae EH, DB, rectusque est (159) angulus EFB, rectus quoque erit reliquus FEO, atque acutus angulus BEO, qui proinde erit minor recto angulo BOE. Vnde in triangulo EOB recta BE, seu ipsi aequalis BL maior erit recta BO, arcusque circuli ELH totus iacebit supra horizontalem rectam EH. Atqui si corpus DACB caderet versus N, centrum gravitatis E describeret arcum circuli ELH, seu sponte sua ascenderet supra horizontalem rectam EH, quod impossibile (147) prorsus est; ergo nequit corpus cadere versus N. Eodem modo constabit, non posse corpus cadere versus M; ergo immotum iaceat oportebit.

Tab III. Fig. 2. II. Si vero linea directionis EF cadat extra basim DB; tunc in eam partem cadere debet corpus, versus quam cadit linea directionis. Nam iuncta EB, & ducta horizontali EH, centro B per E describatur arcus circuli ELV. Quoniam parallelae sunt rectae horizontales EH, BN, rectusque est (159) angulus EFN, consequens est, ut rectus quoque sit reliquus FEO, atque obtusus alius BEO; unde in triangulo EOB recta BO maior erit recta BE, seu BL, arcusque circuli ELV iacebit infra horizontalem EH. Centrum itaque gravitatis E potest descendere per arcum circuli ELV; sed

nihil

nihil est quod obstet huic descensui. Corpus ergo (146) decidet versus N. Q. E. D.

SCHOLION I.

166. Contingere inde potest, ut aedificii murus non corruat, esto sit horizonti maxime inclinatus. Vel enim linea directionis eiusdem muri cadit intra eius basim, aut prorsus labitur extra illam. In primo casu utique stabit (165) murus, si nempe lapides quibus constat, calce firmiter sint connexi. In altero autem casu etiam subsistere potest murus, si ita haeret aliis partibus aedificii, ut propria inclinatione ab illis nequeat separari; tunc etenim est spectanda linea directionis non muri quidem, sed potius integri aedificii. En igitur rationem, cur murus aliquis inclinatus catenis ferreis regi soleat; sic namque in muro oritur maior nexus cum aliis partibus aedificii.

SCHOLION II.

167. Hinc ratio apparet, cur Turres Bononiensis, atque Pisana non corruant, esto in illa perpendiculum ex summitate in basim ductum, a basi muri distet pedibus 9., distet autem in Pisana cubitis $7.\frac{1}{3}$. Haec antiqua siquidem aedificia nedum constant lapidibus connexis firmiter inter se, sed habent quoque lineam directionis, quae cadit intra illorum basin.

SCHOLION III.

168. Ratio quoque reddi poteſt, cur homo firmiter conſiſtat, quando erecto corpore, utroque pede pavimento inſiſtit; cadat vero, ſi pes alteruter elevetur. Cum enim ſpatium interceptum utroque pede, humani corporis baſis ſit, centrum vero gravitatis eiuſdem iaceat inter pubim & nates, utique cadet directionis linea inter utrumque pedem, ſive intra baſim, quando erecto corpore, utroque pede pavimento inſiſtit, ideoque nequit homo cadere in hoc ſitu. At ſi pes alteruter elevetur, baſis in illud ſpatium coercetur, quod a pede unico occupatur. Cadit ergo directionis linea extra baſin, nempe dextram verſus, ſi pes dexter elevetur, atque ita homo ſuper ſolo ſiniſtro pede non poteſt ſtare, niſi in ſiniſtram partem ita incurvet corpus, ut intra ſiniſtrum pedem directionis linea retrahatur.

CAPUT X.

De Gravium deſcenſu ſuper plano inclinato.

DEFINITIO XXXII.

169. *Planum inclinatum* eſt, quod cum horizontali obliquum angulum facit.

SCHO-

SCHOLION.

170. In plano inclinato tria sunt maxime distinguenda, nempe longitudo eiusdem AC, altitudo AB, atque basis CB, quae omnia definiuntur tribus lateribus trianguli rectanguli CAB. Tab. III. Fig. 3.

PROPOSITIO XXV.

171. *SI quodvis corpus centrum gravitatis habens in C, incumbat plano MN optime levigato, inde vero sollicitetur a ui aliqua data P, agente iuxta directionem CP obliquam eidem plano; corpus promovebitur supra illud. Supponimus autem corpus non esse grave seu, quod idem est, nulla alia vi urgeri, quam data P.* Tab. III. Fig. 4.

Si directio vis motricis P parallela foret plano MN, tota impenderetur in movendo corpore supra planum. Similiter si directio vis motricis perpendicularis ad planum foret, tota insumeretur in premendo plano MN, neque enim gignere motum posset, nisi huic pressioni cederet idem planum. At cum directio vis motricis nec parallela sit plano MN, nec perpendicularis ad idem planum, liquet, partem aliquam vis eiusdem insumi debere in premendo plano MN, reliquam vero movendo corpori applicari, quod proinde movebitur (21) supra planum. Q. E. D.

Co-

COROLLARIVM I.

172. Igitur vis P obliqua plano MN, in duas resolvi debet, quarum altera unice planum premit, altera unice movet corpus.

COROLLARIVM II.

173. Vis itaque premens planum perpendicularis ad planum erit; si enim obliqua foret, non unice planum premeret, sed etiam corpus (171) moveret.

COROLLARIVM III.

174. Similiter vis altera movens corpus, parallela erit plano MN; si enim foret obliqua plano, non moveret unice corpus, sed (171) premeret etiam planum.

COROLLARIVM IV.

175. Vis ergo obliqua P in duas resolvi debet, quarum altera agit iuxta directionem perpendicularem plano MN, altera iuxta directionem parallelam (174) eidem plano.

PROPOSITIO XXVI.

Tab.III. Fig. 5. 176. *SI grave ABDI incumbens plano inclinato MN, sibi ipsi relinqueretur, necessario descenderet supra illud.*

Finge corpus ABDI gravitatem nullam habere, quiescet utique supra planum. Pone dein-

deinde vim gravitatis agere ſupra illud, atque ex gravitatis centro C ductam eſſe CG rectam, horizontali HN normalem; utique vis gravitatis ſollicitabit corpus ad deſcenſum iuxta (159) directionem CG. Sed eadem CG directio cum perpendicularis ſit ad HN, obliqua eſt plano MN; ergo deſcendet mobile (171) ſupra planum, Q. E. D.

Scholion.

177. Hic praeſcindimus a frictione, quae vincenda eſſet a gravitate, ſi MN planum ſcabritie aliqua donaretur.

Corollarium.

178. Vis itaque gravitatis, quae obliqua eſt plano MN, in duas alias (175) dividetur, quarum altera aget iuxta directionem CO perpendicularem plano MN, qua corpus ſcilicet premit planum, altera vero iuxta directionem CS, parallelam eidem plano, quae tota movendo corpori applicatur.

Scholion.

179. Vis qua corpus ſollicitatur ad motum in plano inclinato iuxta directionem CS, vocatur *gravitas relativa*, ſicuti & vis illa, qua grave urgetur in perpendiculo, appellatur *gravitas abſoluta*. Gravitas abſoluta, & relativa habent varias directiones; directio enim primae invariabilis prorſus eſt, cum ſemper normalis ſit (159) horizonti; alterius

rius autem directio cum aequidistans debeat esse (178) plano, pro varia plani inclinatione diversa erit.

PROPOSITIO XXVII.

180. *Gravitas absoluta est ad relativam, ut longitudo ad altitudinem plani.*

Tab.III. Fig. 5. Gravitatem absolutam corporis ABDI exponat CF recta, ductaque FR perpendiculariter ad CS, compleatur rectangulum ECRF; liquet, vim gravitatis absolutae CF resolvi (178) in duas CE, CR, quarum prima CE unice premit planum, alia autem CR corpus sollicitat ad descensum, exponitque proinde (179) gravitatem corporis relativam. Iam vero ob parallelas CS, MN, angulus CLM aequalis est alterno RCL; sed propter parallelas CG, MH, idem angulus CLM aequatur quoque alterno alteri HML. Ergo angulus RCL aequatur alteri HML, ideoque angulus RCF aequabitur HMN; sed rectus angulus FRC aequalis quoque est recto alteri MHN. Ergo triangulum CRF simile erit alteri MHN, adeoque FC erit ad CR, ut MN ad MH, seu gravitas absoluta erit ad relativam, ut longitudo ad altitudinem plani. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

181. Cum gravitas absoluta sit (180) ad relativam, ut longitudo ad altitudinem plani, longitu-

gitudo autem, & altitudo plani constantem rationem habeant inter se; etiam gravitas absoluta ad relativam in constanti ratione erit. Sed gravitas absoluta constans est per longitudinem totam (130) plani; ergo etiam constans erit gravitas relativa per longitudinem totam plani.

COROLLARIUM II.

182. Igitur ea omnia, quae de motibus a gravitate absoluta genitis demonstravimus, transferre licet ad motus vi gravitatis relativae in plano inclinato productos. Itaque 1.° grave per planum inclinatum descendit motu uniformiter accelerato, ascendit vero motu (135) uniformiter retardato. 2.° Velocitates sunt (136), ut tempora quibus acquiri solent. 3.° Spatia a quiete cadendo descripta, sunt (136) ut quadrata temporum quibus percursa sunt, & ut quadrata celeritatum iisdem temporibus acquisitarum. 4.° Spatia aequalibus temporibus seorsim sumptis descripta, sunt (136) ut numeri in pares 1. 3. 5. 7. &c.

COROLLARIUM III.

183. Quia vires motrices constantes sunt inter se in ratione velocitatum, quas pari tempore in eodem corpore (75) generant; velocitas acquisita in perpendiculo, erit ad velocitatem in plano inclinato obtentam eodem tempore, ut absoluta gravitas ad relativam, sive ut longitudo (180) ad altitudinem plani. Co-

Corollarium IV.

Tab.III. Fig. 6. 184. Si itaque longitudo plani MN trigecupla sit altitudinis MH, pondus P, quod trigesima pars est ponderis ABDI, in aequilibrio cum hoc erit. Nam gravitas absoluta est (180) ad relativam, ut MN ad MH; ergo cum MN trigecupla sit MH, etiam gravitas absoluta corporis ABDI trigecupla erit gravitatis propriae relativae. Sed etiam gravitas absoluta corporis ABDI est (*ex hyp.*) ponderis P trigecupla; ergo gravitas relativa corporis ABDI erit ponderi P aequalis, ideoque (84) inter haec corpora dabitur aequilibrium. Vnde pondus P 100. librarum sustinebit pondus ABDI librarum 3000.

Corollarium V.

Tab.II. Fig. 10. 185. Gravitas relativa in plano AC est ad relativam in plano AL, ut reciproce recta AL ad AC. Nam gravitas relativa in plano AC est (180) ad absolutam in perpendiculo AB, ut recta AB ad AC. Similiter gravitas absoluta in perpendiculo AB est (180) ad relativam in plano AL, ut recta AL ad AB. Ergo ex aequo perturbate, gravitas relativa in plano AC erit ad relativam in plano AL, ut recta AL ad AC.

Corollarium VI.

186. Cum longitudo plani AL maior sit lon-

longitudine plani AC, etiam gravitas relativa in hoc plano maior erit gravitate relativa in altero plano AL, atque adeo grave magis conabitur ad descensum per AC, quam per aliud AL planum.

PROPOSITIO XXVIII.

187. *Longitudo plani AC est ad altitudinem AB, ut spatium AB percursum in perpendiculo, ad spatium AD descriptum eodem tempore in plano AC.* Tab. Fig.

Vires motrices constantes, quae agunt in idem corpus, sunt ut spatia, quae aequalibus temporibus ab ipso corpore (125) percurruntur; sed gravitas absoluta, & relativa constantes (181) vires sunt, eaeque movendo eidem corpori applicantur. Ergo gravitas absoluta erit ad relativam, ut spatium AB percursum in perpendiculo, ad spatium AD, quod pari tempore absolvit in plano AC. Sed gravitas absoluta est etiam ad relativam, ut longitudo plani AC ad altitudinem (180) plani AB; ergo etiam longitudo plani AC ad altitudinem AB erit, ut spatium AB percursum in perpendiculo, ad spatium AD descriptum pari tempore in plano AC. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

188. Si ex angulo recto B demissa sit ad

AC

AC perpendicularis BD, erit AC ad AB, ut eadem AB ad BD; quare eodem tempore, quo grave in perpendiculo cadit ex A in B, in plano inclinato AC perveniet (187) ad punctum D.

COROLLARIVM II.

189. Dato ſpatio deſcenſus perpendicularis in altitudine plani AB, habebitur ſpatium AD percurrendum eodem tempore in plano AC, ſi ex B ad AC demittatur (188) perpendicularis BD.

COROLLARIVM III.

190. Viciſſim dato ſpatio AD percurſo ſupra planum AC, detegetur etiam AB ſpatium, per quod grave eodem tempore in perpendiculo deſcendiſſet, ſi ex puncto D erigatur perpendiculum, occurrens altitudini plani in puncto B.

COROLLARIVM. IV.

Tab.III. Fig. 7. 191. Cum in ſemicirculo recti ſint anguli D, E, C; grave per ſingula plana AD, AE, AC eodem tempore (189) cadet, quo deſcenderet per diametrum AB, perpendicularem horizontali rectae HN.

PROPOSITIO XXIX.

Tab.III. Fig. 8. 192. *Celeritates gravium in quovis plano inclinato AD, & in perpendiculo AV ſunt*

ſunt aequales, ubi gravia ex eadem altitudine perveniunt ad eandem rectam horizontalem DV.

Erecta ad planum DA perpendiculari DB, ſecante verticalem AV in B, agatur horizontalis BH occurrens ipſi AD in H, ſuperque diametro AB deſcribatur ſemicirculus ADB. Hoc poſito, velocitas acquiſita lapſu AB eſt ad velocitatem acquiſitam lapſu AV, ut diameter AB ad (138) chordam AD, ſive ut longitudo plani AH ad altitudinem AB, ob ſimilia triangula ABH, ABD. Sed cum ſpatia AB, AD pari tempore (191) percurrantur, etiam velocitas acquiſita lapſu AB, eſt(183)ad velocitatem acquiſitam lapſu AD, ut longitudo plani AH ad altitudinem AB. Igitur velocitas acquiſita lapſu AB eſt ad velocitatem acquiſitam lapſu AV, ut eadem velocitas acquiſita lapſu AB ad velocitatem acquiſitam lapſu AD. Ergo velocitates acquiſitae poſt lapſus AV, AD invicem ſunt aequales. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

193. Hinc grave cadens per varia plana inclinata aeque alta AB, EB, OL, aequales velocitates acquirit cum pervenerit ad horizontalem rectam BG. Demiſſis ſiquidem perpendiculis AR, EV, OG, quae (*ex hyp.*) ſunt aequalia; patet, velocitates a mobili acquiſitas poſt verticales lapſus AR, EV, OG, Tab. III. Fig. 5.

 in-

invicem esse aequales. Sed grave cadens per inclinata plana AB, EB, OL, acquirit in B & L eam velocitatem, quam obtineret (192) in R, V, & G post lapsus verticales AR, EV, OG. Ergo & velocitates a mobili acquisitae post percursa plana AB, EB, OL invicem sunt aequales.

COROLLARIUM II.

Tab. III. Fig. 10. 194. Hinc velocitates acquisitae a gravi in infimo puncto B post percursas chordas EB, HB, erunt ut chordae ipsae. Nam velocitas acquisita a mobili lapsu MB est (139) ad velocitatem acquisitam lapsu NB, ut chorda EB ad chordam HB; sed velocitates a mobili acquisitae post percursas chordas EB, HB, eaedem prorsus cum illis sunt, quas mobile acquirit post verticales (192) lapsus MB, NB. Ergo & velocitates a mobili acquisitae post percursas chordas EB, HB, erunt ut chordae ipsae.

PROPOSITIO XXX.

195. *SI corpus quodlibet ABK ita incumbat inclinato plano MN, ut perpendicularis CF ex gravitatis centro C ad planum ducta, cadat extra eiusdem basim AB; corpus ABK volutabitur supra planum.*

Tab. III. Fig. 11.

Ductis CH, CI, quarum altera parallela sit horizontali plano SN, altera longitudini pla-

plani MN, centro A per C describatur arcus circuli COR, quem tangat CG in C. Iungatur quoque CA, & demittatur verticalis recta CV, ocurrens longitudini plani in P, quae (159) directionem refert gravitatis. Quoniam rectus est angulus PCH, obtusus erit angulus ACH; rectus autem est angulus ACG. Ergo CG recta erit horizontali CH inferior. Similiter ob rectum angulum FCI, obtusus erit angulus ACI; rectus vero est angulus ACG. Ergo CG inferior erit CI recta. Gravitatis igitur centrum C magis (186) sollicitabitur iuxta directionem CG, quae tangit circulum COR, quam secundum aliam directionem CI, ideoque sibi relictum moveri incipiet per CG, hoc est per arcum circuli COR, quem eadem CG tangit. Id autem fieri nequit, quin corpus ABK revoluatur interea circa A; ergo idem corpus volutabitur supra planum. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXI.

196. *Si corpus quodlibet ABK ita incumbat plano inclinato NM, ut perpendicularis CF ex centro gravitatis ad planum ducta, cadat intra basim AB; corpus ABK debet excurrere supra planum.* Tab III. Fig. 12.

Superiori posita constructione, liquet, rectum fore angulum PCH, ideoque obtusum esse angulum ACH; rectus vero est angulus

ACG. Ergo CG recta inferior est horizontali CH. Similiter ob rectum angulum ACG, obtusus erit angulus FCG; rectus vero est angulus FCI. Itaque CI recta infra CG iacebit. Gravitatis itaque centrum C magis (186) sollicitabitur iuxta directionem CI, quam secundum CG rectam, tangentem circuli COR, ideoque sibi relictum promovebitur per CI, ac proinde excurret mobile supra planum. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

197. Si corpus ABK fuerit polyedrum regulare ex infinitis atque infinite parvis lateribus planis constans, quorum unum sit AB; tunc perpendicularis CF, ex centro gravitatis demissa ad MN planum, absque dubio cadet intra basim AB. Hoc itaque polyedrum dum descendit supra planum MN, non volutabitur, sed (196) excurret.

COROLLARIUM II.

198. Quoniam sphaera spectari solet veluti regulare polyedrum ex infinitis, atque infinite parvis lateribus planis constans; sphaera inclinato incumbens plano, si sibi ipsi relinquatur, non volutabitur supra illud, sed (197) excurret.

SCHOLION.

199. Quod si reipsa sphaera inclinato plano incumbens, devolui potius soleat, quam ex-

excurrere, id a ſcabritie plani eſt unice repetendum.

CAPUT XI.

De gravium deſcenſu ſuper plana contigua inclinata, & per lineas curvas.

PROPOSITIO XXXII.

200. *SI grave ex quiete B percurſo BC plano, alteri CD occurrat in puncto C; ſupra illud moveri incipiet vi minori, quam quae acquiritur per BC.* Tab.IV. Fig. 1.

Demiſſa ex B in productum planum CD perpendiculari BK, compleatur rectangulum BKCF; liquet ex dictis, quod ſi vis acquiſita lapſu BC, exponatur hac ipſa recta, eadem (101) reſolvetur in binas BK, BF, ſive BK, KC. Sed vis expoſita per BK, tota quanta eſt conſumitur in premendo, aut potius percutiendo CD plano, cum perpendiculariter illud feriat. Ergo conſequens eſt, ut ſola corpori vis ſuperſit, quae exponitur per KC, qua quidem grave moveri incipiet per CD. Sed vis KC minor eſt alia vi BC; ergo corpus moveri incipiet per CD vi minori, quam quae acquiritur per BC. Q. E. D.

COROLLARIUM. I.

201. Si motui non obſtaret angulus BCD,

 uti-

utique mobile percurreret CD planum vi BC, vel EC, si centro C per B fiat semicirculus EBL; fertur autem (200) supra illud vi quae exponitur KC recta. Ergo ob resistentiam anguli BCD, ammittit mobile vim EK.

COROLLARIUM II.

202. Si angulus BCK quantitatis finitae esset, recta BK finitam haberet ad rectas BC, KC rationem, quae decrescente angulo BCK, semper minuitur, evaditque infinitesima, dum infinitesimus est angulus BCK. Igitur in hoc casu etiam vis BK, qua corpus percutit planum CD in C, infinite parva erit, si comparetur cum vi BC vel KC, qua movetur corpus supra planum CD, ideoque harum respectu negligi tuto potest.

COROLLARIUM III.

203. Similiter vis EK evadit infinitesima relate ad vim BK, si infinite parvus evadat angulus BCK. Nam in semicirculo EBL, est KE ad KB, ut KB ad KL; sed KB infinitesima est respectu (202) rectae KC, ideoque respectu etiam KL. Ergo & KE infinitesima esse debet relate ad KB rectam, atque idcirco KE infinities sumpta, non maior erit recta KB.

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

104. *Vis per finitum curvae arcum a corpore amissa, infinite parva est, si cum vi comparetur, qua movetur in illa, ideoque corpus progreditur in curva cum eadem velocitate finita ac si nihil virium amisisset.*

Quaelibet curva ſpectari poteſt velut polygonum ABCD ex innumeris, atque infinite parvis lateribus rectis conſtans, quorum duo quaevis contigua BC, CD angulum comprehendunt a duobus rectis nonniſi quantitate infiniteſima deficientem, adeo ut producto latere DC in E, externus angulus BCE infiniteſimus plane ſit. Igitur ſi mobile perventum ad punctum C, habeat vim BC, utique vis EK, quam amittit corpus per ſingula curvae latera AB, BC, CD, infinite parva (203) erit relate ad vim BK, qua percutit ſingula eadem latera, atque adeo corpus per curvae latera infinita, hoc eſt per curvae finitum arcum amittere vim non poteſt, quae maior (203) ſit BK. Sed vis BK ſine errore negligi tuto poteſt (202) relate ad vim BC vel KC, qua nempe movetur corpus in curva; igitur negligenda erit ſumma virium amiſſarum per arcum curvae finitum, corpuſque proinde in curva progredietur cum eadem velocitate ac ſi nihil virium amiſiſſet. Q. E. D.

Tab. IV. Fig. 1.

PROPOSITIO XXXIV.

205. *SI grave ex quiete A descendat per curvam ABCD, vel per plana inclinata infinitesima, & contigua AB, BC, CD; illius velocitas in singulis curvae punctis B, C, D acquisita, aequalis est velocitati, quam lapsu verticali per OG, OH, OI acquireret in punctis G, H, I, quae ab horizontali DI, vel AO aeque distant ac correspondentia puncta curvae.*

Tab. IV. Fig. 2.

Producantur plana DC, CB donec horizontali AO conveniant in O & E. Liquet, velocitatem acquisitam lapsa AB, eandem esse cum illa, quam (193) obtinuisset mobile lapsu EB, aut etiam (192) lapsu EL vel OG. Quare cum angulus ABC motui non (204) officiat, grave percurso plano AB, perinde motum suum continuabit per BC, ac si descendisset ex E per unicum EC planum. Velocitas ergo, quam mobile in C acquirit post percursa plana AB, BC, eadem est cum illa, quam obtinuisset cadendo per EC, seu (193) per OC, aut etiam (192) per OH. Simili argumento constat, velocitatem acquisitam a gravi in D, esse aequalem illi, quam obtineret cadendo verticaliter per OI, Q. E. D.

Co-

COROLLARIVM I.

206. Si grave descendat per curvam aliquam verticalem ABCD, aut GFED, agaturque AG parallela ad horizontem, atque ex infimo puncto D verticalis recta DH; patet, gravis illius per arcum AD, vel GD descendentis, eandem esse velocitatem in D. Nam cadendo grave ex A in D, eam velocitatem acquirit, quam obtineret verticali (205) lapsu HD. Similiter idem grave cadendo ex G in D, eam velocitatem acquirit, quam obtineret lapsu verticali HD. Ergo velocitas gravis descendentis per arcus AD, GD, eadem est in D. Similiter ductis BF, CE aequidistantibus ipsi AG, constabit, eandem esse gravis velocitatem in D post lapsus ex punctis aeque altis B & F, C & E. Tab IV. Fig. 3.

COROLLARIVM II.

207. Cum grave ex A pervenit ad infimum punctum D, impetu post lapsum concepto, ascendit per arcum DG ad punctum G aeque altum, in quo omnis velocitas extingui debet. Nam cum ex A pervenit ad punctum D, eam velocitatem acquirit, quam (206) obtineret cadendo ex G in D. Sed velocitas quam obtineret cadendo ex G in D, tota deperditur in ascensu ex D in G, quippe gravitas eadem semper vi, eodemque modo agit sive descendat grave ex G in D, sive ascendat ex D in G. Ergo etiam velocitas

acqui-

acquisita a gravi post lapsum ex A in D tota dependitur in ascensu ex D in G. Eodem argumento constabit, gravis velocitatem acquisitam lapsu BD, totam deperdi in ascensu ex D in F.

COROLLARIUM III.

208. Si grave post lapsum ex A in D, impetu concepto ascendat per alium arcum DG, habebit in F eam velocitatem, quam acquisivit lapsu ex A in B. Nam grave incipit ascendere per arcum DG velocitate acquisita lapsu ex A in D; sed percurso arcu DF, deperdit velocitatem acquisitam (207) lapsu BD. Ergo velocitas ei superstes in puncto F, eadem est cum illa, quam acquisivit cadendo ex A in B.

COROLLARIUM IV.

209. Vnde si curvae AD, GD similes fuerint, & aequales, singuli arcus aeque alti CD & ED, BD & FD, AD & GD aequalibus respective temporibus percurrentur. Cum enim motus in hac hypothesi eodem modo retardari debeat in ascensu, quo in descensu acceleratur, velocitas quae acquiritur in descensu, eodem tempore in ascensu extingui debet. Sed velocitates acquisitae post lapsus AD, BD, CD, totae amitti solent (207) in punctis G, F, E. Ergo eodem tempore quo motu accelerato percurruntur arcus AD, BD, CD, describentur quoque motu retardato GD, FD, ED. Co-

COROLLARIVM V.

210. Velocitas per arcum HB verticalis circuli acquisita, est ad velocitatem acquisitam per alium arcum EB in infimo puncto B, ut chorda HB ad EB chordam. Nam velocitates lapsu per arcus HB, EB acquisitae in puncto infimo B, aequales sunt velocitatibus (205) acquisitis lapsu per verticales rectas NB, MB, sive (192) per arcuum chordas HB, EB; sed velocitates acquisitae per chordas HB, EB sunt (194) ut chordae ipsae. Ergo etiam velocitates acquisitae per arcus HB, EB, erunt ut ipsae chordae. Tab.III. Fig. 10.

COROLLARIVM VI.

211. Hinc si capiantur arcus B1, B2, B3 &c., quorum chordae sint respective ut 1. 2. 3. &c.; velocitates acquisitae a gravi in infimo puncto B dum ex quiete descendit per illos arcus, erunt (210) ut numeri illi 1. 2. 3. &c. Tab.III. Fig. 10.

CAPVT XII.

De pendulorum motu per arcus circuli, & Cycloidis, ubi praecipuae Cycloidis proprietates recensentur, ac demonstrantur.

DEFINITIO XXXIII.

212. PEndulum est grave quodlibet ita suspensum, ut circa punctum aliquod

vi

vi gravitatis descensus, & ascensus reciprocos continuare possit. Descensus autem cum subsequente ascensu *Oscillatio* seu *Vibratio* penduli appellatur.

DEFINITIO XXXIV.

213. *Pendulum simplex* est, quod constat unico pondere instar puncti considerato, & appenso linea sive filo gravitatis experte, circa centrum aliquod convertibili.

DEFINITIO XXXV.

214. *Pendulum compositum* est, quod pluribus ponderibus constat eandem distantiam tum inter se, tum a centro circa quod oscillationes fiunt, constanter servantibus.

DEFINITIO XXXVI.

215. Si circulus NVQ, qui tangit rectam CS in V, more rotarum provoluatur super
Tab.IV. eadem, & circuitum integrum progrediendo
Fig 4. conficiat, punctum N, quod situm in eius circumferentia sub initio tangebat rectam CS in C, motu suo ex rectilineo & circulari composito, describet curvam lineam CNAS, quae *Cyclois* appellatur. Recta CS dicitur *Basis*, & huic ad medium punctum B perpendicularis AB *Axis*; punctum vero A *Vertex* Cycloidis, & demum circulus NVQ vel huic aequalis in alio situ GBA *Circulus genitor* nuncupatur.

Co-

COROLLARIVM I.

216. Ex huius curvae genesi satis liquet, quod basis CS aequalis est circumferentiae, CB vero semicircumferentiae circuli NVQ, & in quocumque situ genitoris circuli est CV recta arcui VN aequalis.

COROLLARIVM II.

217. Si recta NE sit basi CS parallela, & secans circulum in G; recta NG aequabitur arcui AG. Cum enim parallelae EN, BC abscindant aequales arcus NV, GB, sitque CV recta arcui VN (216) aequalis, etiam aequalis erit arcui GB. Est vero CB recta aequalis (216) semicircumferentiae AGB; reliqua ergo VB, seu FE aequabitur arcui AG. Sed ob aequales NF, GE, aequantur quoque NG, FE. Ergo & NG aequabitur arcui AG.

PROPOSITIO XXXV.

218. *SI ZL recta Cycloidem tangat in puncto L, ductaque LE normali ad AB axem, iungatur chorda AM; haec parallela erit ZL tangenti.* Tab.IV. Fig. 4.

Ducta HK parallela, & infinite propinqua ipsi LE, agatur MT circulum in M tangens, atque huic parallela LO; liquet, tangentes TM, ZL productas, congruere cum arcubus infi-

infinite parvis MR, LH. Quoniam rectae ML, RH aequantur respectivis arcubus (217) AM, AR, illarum quoque differentia OH aequabitur ipsi MR, quae differentia est arcuum AM, AR, ideoque eadem OH aequabitur ipsi LO. Sed propter parallelas LO, TR, est LO ad OH, ut TR ad RH, sive ut TM ad ML. Ergo aequantur quoque TM, ML, & isosceles erit triangulum TML. Igitur externus angulus TMG trianguli TML duplus erit interni anguli TLM; sed idem angulus TMG duplus est etiam anguli AMG (nam angulum TMG metitur dimidius arcus MAG, sive integer AG arcus, cuius medietas mensura est anguli AMG.) Ergo angulus TLM aequabitur AMG, ideoque parallelae erunt AM, ZL. Q. E. D.

Corollarium.

219. Igitur producta chorda AM in P, orietur parallelogrammum MPHL, isoscelesque triangulum MRP, cum simile sit isosceli TML.

PROPOSITIO XXXVI.

Tab. IV. Fig. 4. 220. *Quivis arcus AL semicycloidis ALS duplus est correspondentis chordae AM genitoris circuli GBA.*

Eadem constructione manente, ducatur chorda AR, & demittatur RI perpendicularis ad AM

AM chordam, seu quod idem est, centro A per R describatur arcus circuli infinite parvus RI. Quoniam (219) isosceles est triangulum MRP, rectaque RI perpendicularis est ad eius basim MP, haec bifariam divisa erit in puncto I, ideoque LH, quae est ipsi MP (219) aequalis, dupla erit rectae MI. Sunt autem LH, MI incrementa momentanea synchrona arcus cycloidalis AL, & chordae AM; crevit ergo arcus AL duplo velocius, quam chorda AM. Is itaque huius duplus erit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

221. Igitur puncto L abeunte in S, semicyclois ALS dupla erit diametri AB genitoris circuli GBA.

PROPOSITIO XXXVII.

222. *SI pendulum simplex AV circa punctum fixum A rotetur, & globus V filo AV appensus, & instar puncti consideratus, oscillando describat arcum circuli PVQ; idem huic globo accidet motus, ac si in arcu immoto circuli PVQ, sublato filo, vi gravitatis volveretur, dummodo nulla sit medii resistentia, nullaque frictio circa immobile punctum A.* Tab. IV. Fig. 5.

Adducatur globus V ad punctum P, & exinde demittatur, ut vi propriae gravitatis per arcum PQ descendat. Recta PF normalis

lis ad horizontem exponat absolutam vim gravitatis, qua globus V urgetur secundum directionem PF. Haec vis (101) resolvatur in duas vires, quarum alteram referat PE recta, ad arcum seu tangentem PM normalis, sive in directum posita cum filo AP, alteram vero exponat PG recta, quae portio est tangentis. Vis PE tota sustinetur filo AP, atque adeo nihil confert ad globi motum, unde idem globus unica vi PG ad motum sollicitabitur secundum PM rectam. Finge modo globum sublato filo, incumbere immoto arcui PVQ. Quoniam idem arcus spectari potest velut polygonum ex infinitis, atque infinite parvis lateribus rectis constans, cuius latus unum in P positionem habet PM tangentis; utique dum globus per PM planum vi gravitatis relativae sollicitatur in puncto P, vis PE tota, quam sustinebat antea AP filum, modo sustinebitur PM plano, & globus sola vi PG ad motum in plano PM sollicitabitur uti prius. Cum igitur idem in omnibus punctis arcus circuli PVQ eodem modo ostendi possit, patet, filum AP vices subire immoti arcus circuli PVQ, & motum in utroque casu per arcum circuli PVQ eadem perfici ratione. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

223. Pendulum simplex CV inter duas laminas CTA, CXB immotas, & se contingentes in C ita oscilletur, ut filum CV in situ

Tab.IV. Fig. 6.

ſitu ad horizontem normali utramque laminam tangat in puncto C, dum vero pendulum oſcillatur, circumplicetur filum laminis curvis, eaſque perpetuo tangat, veluti in T & X. Per hanc fili applicationem ad laminas, continue impeditur motus gravis in circulo, cogiturque deſcribere curvam aliam AVB. Haec autem curva, uti ex geneſi eius liquet, compoſita eſt ex infinitis atque infinite parvis arcubus circulorum, quorum radii ſemper creſcunt deſcendente pendulo ex A ad V, decreſcunt vero aſcendente eodem ex V ad B. Vnde eodem quo uſi fuimus ratiocinio (222) demonſtratur, pendulum in hac curva eodem modo moveri, ac ſi grave V libere & abſque filo per curvam immotam, & perfecte levigatam incederet.

COROLLARIVM II.

224. Omnia ergo quae de motu gravium in curvis lineis demonſtravimus, etiam in motu penduli habent locum. Itaque 1.° Velocitas penduli illi velocitati aequalis eſt, quam acquirit cadendo per altitudinem verticalem percurſo arcui (205) correſpondentem. 2.° Pendulum ex P demiſſum urgente vi gravitatis deſcendet ad infimum punctum V, ubi concepto poſt lapſum impetu feretur ad aeque altum punctum Q, omnemque ibi (207) amittet celeritatem, at vi gravitatis ſollicitante relabetur denuo ad infimum Tab. IV. Fig. 5. 6.

punctum V, amissamque velocitatem ibi recuperans, ad punctum P redibit, atque ita continuas oscilationes itu & reditu peragendo in curva linea PVQ, motu perpetuo cieretur, si nulla foret medii resistentia, nullaque circa punctum suspensionis, & laminas incurvatas frictio. Verum enim vero propter has causas, singulis vibrationibus licet insensibiliter velocitas penduli diminuitur, perque breviores arcus continue ferri debet, tandemque prorsus quiescere. 3.° Velocitates penduli in circumferentia circuli oscillantis, sunt in puncto infimo V, ut chordae (210) arcuum descriptorum.

PROPOSITIO XXXVIII.

Tab. IV. Fig. 6. 225. *SI laminae curvae CTA, CXB sint semicycloides inversae, quarum altitudo seu diameter circuli genitoris EA sit aequalis dimidiae longitudini CD penduli CV; grave V oscillando, describet inversam cycloidem AVB, cuius medietates APV, BQV, singulae aquales erunt, similesque semicycloidibus CTA, CXB.*

Agantur TG, PH parallelae basi AB, iunganturque AG, DH. Semyclois CTA dupla est (221) EA, atque adeo aequalis (*ex hyp.*) filo integro CDV; itaque pervento filo in situm TP, arcus cycloidis TA aequalis erit parti liberae TP, quae cycloidem in T tangit. Vnde cum GA parallela sit

(218)

(218) tangenti TK, eique adeo aequalis, & rursus dupla GA vel dupla TK aequalis sit (220) arcui TA, vel rectae TP; erunt aequales TK, KP. Igitur parallelae GT, PH aequali intervallo distabunt a recta AB, abscindentque proinde ex aequalibus semicirculis EGA, DHV aequales arcus GA & HD; quare angulus GAD aequabitur ADH, ideoque parallelae erunt chordae AG, HD, atque etiam KP, DH, & quadrilaterum PKDH erit parallelogrammum, aequalesque proinde erunt rectae PH, KD. Itaque cum AK sit aequalis GT, vel arcui (217) AG, aut arcui DH, erit KD vel PH aequalis arcui reliquo VH, adeoque punctum P erit (215) in cycloide descripta super rectam AB a genitore circulo DHV, qui aequatur alteri EGA. Pendulum ergo V describit cycloidem AVB, cuius medietates APV, BQV aequales sunt, similesque aliis CTA, CXB. Q. E. D.

PROPOSITIO XXXIX.

226. *Si grave oscilletur in cycloide inversa AVB, cuius vertex est punctum infimum V; vis acceleratrix qua urgetur ad descensum versus V in loco P, est ad vim acceleratricem, qua urgetur in alio quolibet loco O, ut arcus PV ad arcum OV.* Tab. IV. Fig. 7.

Ducantur ex punctis P & O basi AB paparallelae PQ, OR, circulum genitorem secantes in H & S, iunganturque chordae

VH, VS. His positis, grave in loco P descendere nititur in arcu PV per tangentem in loco P tamquam per planum gravitate (179) relativa, & quia tangens per P ducta, parallela est (218) chordae HV, vis illa gravitatis relativae diversa non est ab ea, quam idem corpus haberet in puncto H ad descendendum per chordam HV. Similiter vis, qua grave in loco O urgetur ad descendendum per arcum OV, aequalis est vi eiusdem corporis in loco S ad descendendum per chordam SV. Sed quia chordae HV, SV pari tempore a mobili (191) percurruntur, vires seu gravitates relativae in iisdem sunt (125) ut ipsae chordae; ergo & vis qua grave urgetur in loco P, est ad vim qua urgetur in loco O, ut chorda HV ad chordam SV, hoc est ut arcus PV, qui duplus est (220) chordae HV, ad arcum OV duplum chordae SV. Q. E. D.

PROPOSITIO XL.

227. *Tempora oscillationum penduli per arcus cycloidis utcumque inaequales excurrentis sunt aequalia, hoc est oscillationes in cycloide sunt aequidiuturnae.*

Tab. IV. Fig. 7. Descendant simul corpora duo ex locis P & O per arcus PV, OV, & tempus descensus per PV divisum intelligatur in partes aequales infinite parvas, arcus autem PE, OE sint spatiola in prima parte tempo-

po-

poris absoluta. Quia vires acceleratrices in locis P & O tempore infinitesimo pro (64) constantibus sunt habendae, utique spatiola PE, OF inter se erunt, ut vires (125) acceleratrices in locis P & O, sive etiam (226) ut arcus PV, OV, qui initio motus erant spatia percurrenda. Cum itaque spatiola PE, OF sint, ut spatia PV, OV, utique dividendo, erunt quoque ut reliqua EV, FV, quae remanent describenda, sive (226) ut vires acceleratrices in locis E & F. Sed etiam spatiola in secunda parte temporis describenda, sunt (226) ut vires acceleratrices in locis E & F; ergo erunt quoque ut spatiola PE, OF, sive ut arcus PV. OV. Eodem argumento constabit, spatiola reliquis temporis particulis absoluta, esse inter se in ratione data, quam habet arcus PV ad arcum OV, atque adeo componendo, spatium descriptum a corpore decidente ex loco P in tempore descensus ex P ad V, erit ad spatium descriptum ab alio corpore ex O decidente in fine eiusdem temporis, ut PV ad OV. Sed spatium descriptum a priori corpore in tempore descensus ex P ad V, est PV; ergo & spatium descriptum ab alio corpore in eodem tempore, erit OV. Tempora igitur descensus per arcus PV, OV, ideoque per alios etiam quosvis arcus utcumque inaequales, sunt aequalia inter se, sicut & tempora ascensus subsequentis (209) per arcus VQ, VR. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

228. Quod si longitudine penduli CV describatur circulus centro C, cum portio cycloidis prope verticem V eodem ferme motu describatur, circulus ille per V transiens fere coincidit cum cycloidis portione prope verticem V, eritque ipsi aequicurvus, & cum ipso in illo loco V, & prope illum locum confundi sine sensibili errore potest. Quaecumque itaque demonstravi de oscillationibus per arcus cycloidales, eadem absque errore physico transferri poterunt ad oscillationes penduli per exiguos arcus circuli. Vnde sequitur, oscillationes per exiguos arcus circuli inaequales, esse ad sensum aequidiuturnas.

COROLLARIVM II.

229. Quoniam quo maior est longitudo penduli CV, eo maior cycloidis portio prope V confunditur cum circulo, cuius radius est CV; ideo quo longiora sunt pendula in circuli arcubus oscillantia, eo maiores oscillationes erunt aequidiuturnae. Hinc si minoribus horologiis aptentur pendula oscillantia inter duas laminas cycloidales, maioribus autem pendula sine laminis, sed per exiguos arcus circuli excurrentia, utrumque horologium isochronis pendulorum oscillationibus regi debet, atque adeo aptum erit ad mensuram temporis indicandam.

Co-

COROLLARIUM III.

230. Hinc etiam regulae conflictus corporum ad exactam trutinam ope penduli revocantur. Ex punctis A & B in plano verticali constitutis, & aeque altis, pendeant corpora sphaerica G & D, quae tendant fila parallela & aequalia, quorum distantia tanta sit, quanta est summa diametrorum globorum G & D. Centris A & B, & aequalibus intervallis AH, BC describantur in plano verticali exigui circulorum arcus HE, CF, in quibus capiantur portiones H1, C1; H2, C2; H3, C3 &c., quarum chordae sint ut numeri 1. 2. 3. 4. &c. respective. Si globus G tenso filo AH, ita attollatur, ut filum transeat per punctum 4. arcus HE, globus vero D similiter attollatur ad punctum 3. arcus CF, atque simul demittantur; hi duo globi simul pervenient ad (227) puncta infima, ubi se se contingent, atque in se mutuo directe occurrent cum velocitatibus, quae erunt inter se ut numeri 4. & 3, sive ut chordae (211) arcum H4, C3. Quod si post ictum globus D ascendat ad punctum 4 in arcu CF, & globus G in arcu HE ascendat ad punctum 3.; erit velocitas globi D ad velocitatem globi G post ictum, ut 4. ad 3. Atque hoc modo cognitis globorum ponderibus, eorumque velocitatibus aut velocitatum rationibus ante & post ictum, facile erit experientiae su- Tab. V. Fig. 1.

biicere leges motus ex conflictu tam in corporibus elasticis, quam in corporibus elaterio destitutis.

PROPOSITIO XLI.

Tab IV. Fig. 7. 231. *Tempus quo mobile velocitate ultimo acquisita per descensum a cycloidis altitudine DV, describit motu aequabili semicircumferentiam circuli DHV, est ad tempus quo motu accelerato descenderet per DV, ut semicircumferentia circuli DHV ad duplam diametrum DV.*

Tempus quo mobile motu aequabili cum velocitate acquisita post lapsum per DV, conficit semicircumferentiam circuli DHV, est ad tempus quo motu aequabili cum eadem velocitate absolvit CV, ut semicircumferentia circuli DHV ad (44) CV, sive ad duplam DV. Sed tempus quo mobile motu aequabili cum velocitate acquisita lapsu per DV, percurrit rectam CV, aequatur tempori quo motu accelerato descenderet (136) per DV. Ergo etiam tempus quo mobile motu aequabili cum velocitate acquisita lapsu per DV, percurrit semicircumferentiam circuli DHV, est ad tempus quo motu accelerato descenderet per DV, ut semicircumferentia circuli DHV ad duplam diametrum DV. Q. E. D.

PRO-

PROPOSITIO XLII.

232. *Tempus descensus per semicycloidem APV est ad tempus descensus perpendicularis per dimidiam penduli longitudinem, ut semicircumferentia circuli DHV ad diametrum DV.* Tab. IV. Fig. 6.

Ex puncto P agatur horizontalis PL, eique infinite propinqua, & parallela MN. Agatur chorda VH, quae secet MN in O, atque AD in F, ducaturque tangens circularis HI, nec non chorda DH. Quoniam ob rectum angulum DHV, rectus est quoque eiusdem consequens DHF, estque tangens HI aequalis tangenti DI; liquet, punctum I centrum esse semicirculi transeuntis per puncta F, H, D, ideoque diameter FD dupla erit radii HI. His positis, cum motus per PM pro aequabili sumi (38) queat, tempus per PM ad tempus per HR dum circumferentia describitur motu aequabili definito, est in ratione composita ex directa spatii PM ad spatium HR, & inversa celeritatis in P ad (48) celeritatem in H. Sed prima ratio PM ad HR eadem est ac (218) ratio HO ad HR, sive HF ad HI, ob similia triangula RHO, FIH; & secunda ratio, nempe celeritatis in P ad celeritatem in H eadem est ac ratio celeritatis acquisitae lapsu DL ad celeritatem (205) acquisitam

sitam lapsu DV, sive eadem est ac ratio (138) DH ad DV, sive HF ad DF, ob similia triangula VDH, DFH. Ergo tempus per PM erit ad tempus per HR in ratione composita ex directa HF ad HI, & inversa HF ad DF, sive ut factum ex HF in DF ad factum ex HF in HI, sive ut DF ad HI, sive ut 2. ad 1., aut ut CV ad DV. Sed tot sunt arcus PM in semicycloide APV, quot sunt arcus HR in semicircumferentia DHV; ergo cum tempus descensus per singulos PM sit ad tempus quo fertur grave per singulos HR, ut CV est ad DV, utique etiam tempus descensus per semicycloidem APV erit ad tempus quo describit semicircumferentiam DHV, ut CV ad DV. Sed tempus quo describit semicircumferentiam circuli DHV, est ad tempus accelerati motus per DV, ut semicircumferntia circuli DHV ad (231) CV. Ergo ex aequo perturbate, tempus descensus per semicycloidem APV erit ad tempus motus accelerati per DV, ut semicircumferentia circuli DHV ad diametrum DV. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

233. Igitur duplum tempus descensus per semicycloidem APV erit ad tempus lapsus per dimidiam penduli longitudinem DV, ut circumferentia circuli ad diametrum. Sed tempus unius oscillationis in cycloide AVB duplum est temporis descensus per semicycloidem

dem APV, nam tempus ascensus per VQB aequatur (209) tempori descensus per APV. Ergo tempus unius oscillationis in cycloide ad tempus lapsus per dimidiam penduli longitudinem DV erit, ut circumferentia circuli ad diametrum.

COROLLARIVM II.

234. Quoniam quaecumque demonstravimus de oscillationibus per arcus cycloidales, transferri possunt ad oscillationes penduli per arcus exiguos circuli (228) excurrentis; etiam tempus unius oscillationis per exiguum arcum circuli erit ad tempus lapsus per dimidiam penduli longitudinem, ut circumferentia circuli ad diametrum.

COROLLARIVM III.

235. Dimidia penduli longitudo AE est ad spatium AC descensu perpendiculari unius oscillationis tempore absolutum, ut quadratum diametri ad quadratum circumferentiae. Si enim ponatur grave etiam cadere ex A in E, dimidia penduli longitudo AE erit ad spatium AC descensu perpendiculari unius oscillationis tempore absolutum, ut (136) quadratum temporis lapsus per AE ad quadratum temporis lapsus per AC, vel ut quadratum temporis lapsus per AE ad quadratum temporis uuius oscillationis, sive ut quadratum diametri ad quadratum (234) circumferentiae, sive ut 10000. ad 98596., aut Tab. V. Fig. 2.

ut

ut 10769. ad 126025., qui numeri sunt quadrata numerorum 100. & 314., atque 113. & 355., exponentium quamproxime rationem diametri ad circumferentiam.

COROLLARIUM IV.

Tab. V. Fig. 2. 3. 236. Longitudines pendulorum AB, HP sunt, ut quadrata temporum quibus oscillationes singulae peraguntur. Sint enim AE & HF dimidiae longitudines pendulorum, rectae vero AC, HV spatia descensu perpendiculari singularum oscillationum tempore absoluta. Igitur AE erit ad AC, ut quadratum diametri ad quadratum (235) circumferentiae; sed in eadem ratione est (235) quoque HF ad HV. Ergo AE est ad AC, ut HF ad HV, & permutando, AE ad HF erit, ut AC ad HV. Sed spatium AC est (106) ad HV spatium, ut quadratum temporis unius oscillationis penduli AB ad quadratum temporis unius oscillationis penduli HP; ergo in eadem quoque ratione erunt rectae AE, HF, ideoque & longitudines pendulorum AB, HP.

PROPOSITIO XLIII.

237. *Numeri oscillationum a duobus pendulis eodem tempore peractarum, sunt inverse ut tempora, quibus oscillationes singulae absolvuntur.*

Nam

Nam ſi pendulum unum AB bis oſcilletur eodem tempore, quo pendulum aliud HP oſcillatur ſemel, utique pendulum AB quatuor conficiet oſcillationes, dum pendulum HP abſolvit duas tantum. Similiter pendulo AB octo vicibus oſcillante, quater oſcillabitur alterum HP pendulum, & ſic porro. Igitur numerus oſcillationum penduli AB erit ad nnmerum oſcillationum penduli HP eodem tempore peractarum, ut 2. ad 1. Porro quia pendulo AB bis oſcillante, ſemel oſcillatur pendulum HP, utique dum illud unam perficit vibrationem, hoc dimidiam tantum faciet. Ergo tempus unius oſcillationis penduli AB eſt ad tempus unius oſcillationis penduli HP, ut 1. ad 2., ideoque numeri oſcillationum erunt inverſe ut tempora, quibus oſcillationes ſingulae peraguntur. Q. E. D. Tab. V. Fig. 2.3.

COROLLARIUM.

238. Cum ergo longitudines pendulorum ſint (236) ut quadrata temporum, quibus oſcillationes ſingulae peraguntur, erunt quoque (237) inverſe ut quadrata numerorum oſcillationum, quae eodem tempore ab illis pendulis conficiuntur.

PROPOSITIO XLIV.

239. *Si maſſae aequales B & P, quibus pendula iſochrona ſunt inſtructa, variis motricibus gravitatibus urgeantur; longitudines* Tab. V. Fig 2.3.

nes

nes pendulorum erunt, ut gravitates motrices.

Tempus unius oscillationis penduli AB est ad tempus lapsus per dimidiam penduli longitudinem AE, ut circumferentia circuli ad (233) diametrum. Similiter tempus unius oscillationis penduli HP est ad tempus lapsus per dimidiam penduli longitudinem HF, ut circumferentia circuli ad (233) diametrum. Igitur tempus unius oscillationis penduli AB est ad tempus lapsus per AE, ut tempus unius oscillationis penduli HP ad tempus lapsus per HF, & permutando, tempus unius oscillationis penduli AB est tempus unius oscillationis penduli HP, ut tempus lapsus per AE ad tempus lapsus per HF. Sed tempora oscillationum in utroque pendulo (*ex hyp.*) sunt aequalia; ergo etiam tempora quibus corpora B & P cadunt per rectas AE, HF, aequalia invicem erunt. Sed vires motrices constantes, quae indesinenter urgent aequales massas, sunt inter se ut spatia ab illis pari tempore (125) absoluta. Ergo & gravitates motrices, quae vires (130) constantes sunt, erunt ut rectae AE, HF, sive ut longitudines pendulorum AB, HP. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

240. Quoniam massarum aequalium gravitates motrices sunt, ut gravitates (129) acceleratrices; longitudines pendulorum erunt etiam

etiam inter se, ut gravitates acceleratrices.

PROPOSITIO XXXV.

241. *Longitudines pendulorum ad singula minuta secunda oscillantium, in omnibus terrae locis non sunt aequales, sed illae decrescunt pergendo a polo ad aequatorem.*

Accuratae observationes ab Academicis Londinensibus, & Parisiensibus institutae in variis terrae locis, maxime id evincunt. Et sane anno 1737. D. D. De Maupertuis, Clairaut, Camus, & le Monier Pelli in Laponia in latitudine boreali 66.° 48.' invenerunt penduli longitudinem ad minuta secunda oscillantis esse ped. paris. 3. lin. 9. $\frac{17}{100}$. Anno 1728. D. de Lisle Archangelopoli in latitudine boreali 64°. 34.' invenit longitudinem penduli ad minuta secunda oscillantis esse ped. 3. lin. 8. $\frac{13}{20}$. Anno 1732. D Graham e societate Regia Londinensi, Londini in latitudine boreali 51°. 30.' invenit eam esse ped. 3. lin. 8. $\frac{748}{1000}$. Anno 1735. D. de Mairan Parisiis in latitudine boreali 48°. 50'. 10.'' invenit penduli longitudinem esse ped. 3. $\frac{5}{9}$. Anno 1700. D. des Haies in insula S. Dominici in latitudine boreali 19°. 48.' invenit penduli longitu-

tudinem esse ped. 3. lin. 7. Anno demum 1736. in Punta — Palmar sub ipso fere aequatore in latitudine meridionali 2.' D. de la Condamine penduli longitudinem invenit ped. 3. lin. 6. $\frac{96}{100}$; & D. Bouguer cum eodem in Rioiama in latitudine meridionali 9.' eam invenit ped. 3. lin. 6. $\frac{82}{100}$, vel ped. 3. lin. 6. $\frac{84}{100}$. Ergo pergendo a Polo ad aequatorem decrescit longitudo penduli ad singula secunda scrupula oscillantis. Q. E. D.

Scholion.

242. Neque vero hae differentiae longitudinum pendulorum ad secunda scrupula oscillantium, refundi debent in varias aeris, & frictionum resistentias, aut in difficultatem eas differentias observandi, vel etiam ad caloris diversitatem. Nam 1.° differentia longitudinum pendulorum aeris, & frictionum resistentiae tribui nequit; pendula quippe in observationibus per arcus exiguos lente moveri solent, iisque proinde parum admodum resistere debet aer, & si illa resistentia, sicuti & alia frictionis, sensibilis sit, utique motum retardat fere eodem modo, & potius minus sub aequatore, quam versus polos, ubi densior aer est, & ubi tamen pendulum velocius oscillatur. 2°. Neque reiici etiam potest in difficultatem has differentias observandi; si-

qui-

quidem diligentissimis observatoribus non difficile fuit saltem in magna latitudinum differentia numerum oscillationum eiusdem penduli tempore unius revolutionis fixarum, & horum numerorum in variis locis differentiam adnotare. Et re quidem vera, idem pendulum quo D. de Maupertuis usus est Pelli in Laponia in latitudine 66°. 48.', tempore unius revolutionis fixarum oscillationes peragebat 86453,; Pariisis vero in latitudine 48°. 50.' 10''. tantum 86395., existente differentia facile observabili 58 oscillationum. Sed (238) longitudines pendulorum sunt reciproce, ut quadrata numerorum oscillationum eodem tempore peractarum; ergo cum horum quadratorum differentia sit sensibilis, observabilis quoque erit differentia longitudinum pendulorum. 3°. Differentia longitudinum pendulorum repetenda non est a caloris diverso gradu, quippe in observationibus, quae sub circulo arctico, Londini, Parisiis, prope aequatorem, ac sub ipso aequatore institutae sunt, habita fuit ratio caloris, & inaequalitatis, quae inde in pendulorum longitudine oriri poterat, fuitque ulterius observatum, calorem sub zona torrida maiorem non esse quam nonnullis diebus aestivis in hisce nostris regionibus, ibi quidem diutius perseverare, sed effectus maiores non habere.

PROPOSITIO XLV.

243. *Gravitas acceleratrix in omnibus terrae regionibus eadem non est, sed decrescit pergendo a polo ad aequatorem.*

Gravitas acceleratrix in diversis superficiei terrae locis est, ut longitudo penduli isochroni (240) in illis locis; sed penduli isochroni longitudo in variis superficiei terrae locis varia est, quin imo ea decrescit pergendo a polo ad aequatorem (241). Ergo etiam gravitas acceleratrix eadem non est in omnibus terrae locis, sed ea decrescit pergendo a polo ad aequatorem. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

244. Gravitas acceleratrix sub circulo arctico in latitudine 66°. 48.' est ad gravitatem acceleratricem sub aequatore, ut 44117. ad 43890. Nam (241) in observatione D. de Maupertuis Pelli instituta in latitudine 66. 48.', penduli longitudo erat ped. 3. lin. 9. $\frac{17}{100}$, hoc est lin. 441. $\frac{17}{100}$. In observationibus autem ab aliis Academicis fere sub aequatore peractis, longitudo penduli isochroni (241) erat ped. 3. lin. 6 $\frac{96}{100}$, vel ped. 3. lin. 6. $\frac{82}{100}$, vel etiam

tiam ped. 3. lin. 6. $\frac{84}{100}$, hoc eſt mediam capiendo, ped. 3. lin. 6. $\frac{92}{100}$ proxime, ſeu lineis 438 $\frac{90}{100}$. Sed gravitas acceleratrix ſub circulo arctico eſt (240) ad gravitatem prope aequatorem, ut longitudo penduli in primo loco ad penduli longitudinem in ſecundo; ergo gravitas acceleratrix ſub circulo arctico erit ad gravitatem acceleratricem ſub aequatore, ut 441 $\frac{17}{100}$ ad 438 $\frac{90}{100}$, ſive ut $\frac{44117}{100}$ ad $\frac{43890}{100}$, aut ut 44117 ad 43890.

COROLLARIVM II.

245. Quoniam longitudo penduli ſub circulo arctico eſt ped. 3. lin. 9. $\frac{17}{100}$, & ſub aequatore ped. 3. lin. 6. $\frac{90}{100}$; liquet, differentiam longitudinum pendulorum ad minuta ſecunda ſub circulo arctico, atque ſub aequatore oſcillantium, eſſe tantum lin. 2. $\frac{27}{100}$, ſeu fere lin. 2. $\frac{3}{10}$. Sed differentia longitudinum pendulorum ſub circulo arctico atque ſub aequatore, eſt ut differentia gravitatum (240) acceleratricum in illis locis; ergo gravitas ac-

acceleratrix ſub circulo arctico erit ad eius exceſſum ſupra gravitatem ſub aequatore, ut $441.\frac{17}{100}$ ad $2.\ \frac{27}{100}$, ſive ut $\frac{44117}{100}$ ad $\frac{227}{100}$, aut ut 44117. ad 227. ſeu fere ut 194. ad 1. Ergo gravitas acceleratrix ſub circulo arctico eſt ad eam ſub aequatore, ut 194. ad 193. Ex quo patet, gravitatem acceleratricem ſub circulo arctico non multum differre ab illa ſub aequatore.

PROPOSITIO XLVI.

246. *Iuxta Hugenii obſervationes, ſpatium quod grave perpendiculariter cadendo in medio non reſiſtente deſcribit tempore unius minuti ſecundi, eſt ped. pariſ.* $15.\frac{1}{12}$. *Pariſiis vero in latitudine boreali* 48°. 50.' 10.'', *ſpatium illud eſt ped. pariſ.* 15. *dig.* 1. *lin.* $\frac{7}{9}$.

Hugenius penduli ad ſingula minuta ſecunda oſcillantis longitudinem adinvenit ped. 3. lin. $8.\ \frac{1}{2}$; ſed pes unus continet digitos 12., & unus digitus 12. lineas, adeoque pes unus conſtat lineis 144. Ergo illa penduli longitudo erat lin. $\frac{881}{2}$, & dimidia longitudo $\frac{881}{4}$. Sed (235) eſt quadratum diametri ad quadratum circumferentiae, ut dimidia penduli longitudo ad ſpatium, quod grave perpendiculariter cadendo deſcribit tempore unius oſcillationis, ſive unius minuti ſecundi; ergo

10000.

10000. erit ad 98596., ut lin. $\frac{881}{4}$ ad ipsum spatium, quod per regulas proportionis erit quamproxime lin. 2172., & dividendo per 144., prodibunt pedes 15. $\frac{1}{12}$. At D. de Mairan invenit Parisiis longitudinem penduli ad secunda minuta oscillantis esse ped. 3. lin. 8. $\frac{5}{9}$, unde eodem calculo instituto, sed adhibita accuratiori ratione diametri ad circumferentiam, nempe 10000. ad 31415., inveniemus spatium uno minuto secundo descensu perpendiculari descriptum, esse ped. 15. dig. 1. lin. $\frac{7}{9}$. Q. E. D.

CAPVT XIII.

De Proiectorum Corporum motu.

DEFINITIO XXXVII.

247. GRave *horizontaliter* proiici dicitur, si impellitur secundum lineam directionis horizonti aequidistantem. Dicitur vero *oblique* proiici, si impellitur secundum directionem, quae cum horizontali obliquum angulum facit.

DEFINITIO XXXVIII.

Linea iuxta quam fertur grave proiectum, eius *semita* dici solet, & angulus quem linea

proiectionis cum horizontali constituit, vocatur *angulus proiectionis*; spatium vero horizontale emensum a proiecto, *amplitudo semitae* dici solet.

PROPOSITIO XLVII.

249. *SI mobile proiiciatur horizontaliter, aut oblique, eiusdem semita curva erit.*

Tab. V. Fig. 45. Mobile K, quod veluti gravitatis expers considero, proiiciatur secundum directionem AX; tempus autem lationis in partes aequales ita divi sum intelligatur, ut in prima parte temporis feratur mobile ex A ad B. His positis, si nulla alia corpori vis accederet, illud cum eadem (67) velocitate progrederetur in recta illa, absolveretque aequalibus temporibus totidem spatia, ipsi AB aequalia. At si vis quaepiam impulsu unico in ipsum agere supponatur, motumque illi communicare, quo secundum directionem perpendicularem ad horizontem (priori sublato motu) absolveret aequabiliter AL rectam in prima temporis parte, movebitur motu (96) composito ex utroque per diagonalem AG, & sequenti temporis parte describeret GI rectam, ipsi (67) AG aequalem. Verum si in puncto G vis eadem secunda vice eodem impulsu agat, quo mobile secunda parte temporis describat GF rectam; motus ex priore, & hoc motu compositus erit secundum rectam GM, quam in secunda parte tempo-

po-

poris permeabit, indeque in tertia absolveret aequabiliter spatium MN, ipsi (67) GM aequale. At si in M vis eadem tertio agat, mobile e semita MN detorquebitur in MO, postque tertiam temporis partem reperietur in puncto O, atque hac lege proiectum motu suo describet polygonum AGMOQ. Quod si singulae partes temporis ponantur minui in infinitum, ipsarumque numerus infinitum crescere concipiantur; latera polygoni minuentur in infinitum, & ipsarum numerus in infinitum augebitur, atque ita polygonum in curvam lineam convertetur, hoc est si vis deorsum impellens talis sit, ut constanter, atque indesinenter in corpus agat secundum directionem perpendicularem ad horizontem, qualis profecto est vis gravitatis qua mobile K urgetur; illud hac vi agente, in curva linea progredietur. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

250. Liquet rectam AX curvam contingere in puncto A. Nam statim ac mobile Tab. V. Fig. 4. 5
ferri incipit per AX, gravitatis actione retrahitur ab hac recta, cogiturque ferri in curva, atque adeo recta AX nusquam cum curva convenit, quam in A, atque adeo erit tangens.

COROLLARIUM II.

251. Patet quoque, singulas rectas BG, IM, NO &c. invicem esse aequales, & paralle-

 las;

las; exponunt ſiquidem ſpatia aequalia, quae gravitatis vi impellente, ſingulis tempuſculis abſolvit grave. Et quia gravium directiones in tota ſemita AGMOQ pro (164) parallelis haberi queunt; ſequitur rectas BG, IM, NO &c. eſſe quoque invicem parallelas.

COROLLARIVM III.

252. Si rectae MI, ON, QP productae intelligantur, donec conveniant cum AX in punctis C, D, E; ſecabitur recta AE in partes aequales in punctis B, C. D. Cum enim rectae BG, IM ſint (251) invicem parallelae, AG erit ad GI, ut AB ad BC; eſt vero AG ipſi GI (249) aequalis. Ergo & AB aequabitur ipſi BC. Similiter propter parallelas BG, CM, DO, eſt GM ad MN, ut BC ad CD; ſed eſt GM ipſi MN (249) aequalis. Ergo & BC aequabitur ipſi CD. Eodem ratiocinio conſtabit, aequales fore CD, DE.

COROLLARIVM. IV.

253. Grave motu compoſito deſcribit partem polygoni AGMO eodem tempore, quo motu aequabili proiectionis percurriſſet correſpondentem rectam AD. Cum enim rectae AB, BC, CD invicem ſint (252) aequales, utique mobile motu aequabili proiectionis eas pari tempore percurriſſet; ſed prima parte temporis abſolvit rectam AB. Ergo poſt tertiam partem temporis perveniſſet mobile ad

Tab. V. Fig. 45.

pun-

punctum D; sed idem grave post tertiam partem temporis motu composito (249) reperitur in puncto O. Ergo eodem tempore describit partem polygoni AGMO, quo sola vi proiectionis percurrisset rectam AD.

COROLLARIUM V.

254. Cum proiecti semita curva sit (249), numquam mobile eam sequitur directionem, iuxta quam impellitur a vi impressa, sed a vi gravitatis deorsum inflecti debet. Collineandum ergo altius est, ut proiectum attingere scopum queat. Quod si in distantiis minimis globus tormenti bellici praecise dirigi ad scopum soleat, id non alia ex causa fit, quam quod brevissima eius semita tam modice incurvatur, ut pro recta linea proxime sumi queat.

PROPOSITIO XLVIII.

255. *Dato quolibet puncto D, ad quod pervenisset mobile K motu aequabili proiectionis, invenire portionem curvae AO, quae eodem tempore a mobili est descripta.* Tab. V. Fig. 6.7.

Ducatur ex puncto D verticalis recta DO, occurrens curvae in O: dico, arcum curvae AO quaesitum esse. Arcus enim AO spectari potest velut polygonum ex infinitis laterculis rectis constans; igitur si ex singulis angulis, quos haec latera comprehendunt,

du-

ductae intelligantur totidem rectae, ipsi OD parallelae, quae in totidem punctis aequaliter (252) divident AD rectam; liquet, arcum AO tot exigua latera contenturum, quot aequales partes continet recta AD. Sed singula haec latera curvae AO eodem tempore motu composito absolvuntur, quo motu aequabili proiectionis describerentur (249) partes singulae rectae AD. Ergo dum corpus K motu aequabili proiectionis pervenisset ad punctum D, motu composito describeret AO arcum. Q. E. I.

Corollarium I.

256. Quia mobile K eodem tempore, quo motu aequabili proiectionis migrasset ex A in D, motu composito describit (255) arcum AO; patet, vim gravitatis perinde egisse in corpus K ac si secundum propriam directionem toto illo tempore impulisset ipsum per DO, seu per AG.

Corollarium II.

257. Dum ergo corpus motu aequabili proiectionis pervenisset ex A in D, vi unica gravitatis impulsum, motu accelerato descendisset ex A in G.

PROPOSITIO IL.

Tab. V Fig. 67. 259 *Si corpus K proiciatur iuxta rectam AX, eiusdem semita erit parabola AMQ,*

AMQ, habens pro diametro verticalem rectam AH, & pro ordinatis rectas FM, GO, parallelas tangenti AX.

Quoniam grave K eodem tempore quo motu aequabili proiectionis tendit ex A in C, urgente sola vi gravitatis descendisset (257) ex A in F, & tempore quo migrat ex A in D motu aequabili proiectionis, vi gravitatis sola urgente cecidisset libere per AG; patet, tempus lapsus per AF esse ad tempus lapsus per AG, ut tempus per AC ad tempus per AD, sive (44) ut AC ad AD, unde quadratum temporis quo labitur per AF, erit ad quadratum temporis lapsus per AG, ut quadratum AC ad quadratum AD. Sed AF est ad AG, ut quadratum (136) temporis quo labitur per AF, ad quadratum temporis lapsus per AG; ergo & AF est ad AG, ut quadratum AC ad AD quadratum, sive ut quadratum FM ad GO quadratum. Sed haec est praecipua proprietas lineae parabolicae, cuius tangens est AX, diameter AH, atque ordinatae FM, GO; ergo parabolica erit proiecti semita AMQ. Q. E. D.

PROPOSITIO L.

259. *SI corpus K proiiciatur secundum rectam AX ea velocitate, quam obtineret cadendo ex S in A; describet parabolam* Tab. V. Fig 6.7.

Ducatur BG ipsi AX parallela, atque traiiciatur per B verticalis linea DBR. Quia sunt parallelae BG, MA, est BM ad MT, ut GA ad AT; sed BM est aequalis MT. Ergo & GA aequalis erit AT. Similiter BG est ad MA, ut BT ad TM; sed BT est dupla TM. Ergo & BG dupla erit MA, atque illius quadratum quadruplum huius erit. Sed MA quadratum aequale est rectangulo TAS, sive rectangulo ex AT vel AG in rectam AS. Igitur BG quadratum aequabitur quoque rectangulo ex AG in quadruplam rectae AS, atque ita BG erit ordinata parabolae, cuius diameter est AG, tangens AX, & parameter quadrupla rectae AS. Sed haec parabola eadem prorsus est cum illa, quam describit grave, dum (259) proiicitur iuxta AX cum ea velocitate, quam acquisivisset cadendo ex S in A. Ergo proiecti semita parabolica transibit per punctum B. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

261. Quia horizontalis BT ita occurrit diametro AG parabolae ABH, ut sint aequales AG, AT; utique BT parabolam tanget in puncto B.

COROLLARIUM II.

262. Cum horizontalis BT tangat in B verticalem parabolam ABH; liquet, B esse punctum sublime, aut verticem parabolae ABH. Co-

COROLLARIUM III.

263. Ducta ergo amplitudine horizontali AH, quae parallela erit horizontali rectae TB, parabolam tangenti in puncto B, eadem AH amplitudo ordinata erit parabolae ABH, habentis pro axe verticalem rectam BR. Quare AH dupla erit rectae AR, vel TB, hoc est quadrupla rectae MT, quae ordinata est semicirculi AMS.

COROLLARIUM IV.

264. Maxima distantia, ad quam tormentum bellicum eadem pulveris pirii copia, & qualitate explodere globum potest, est dum
Tab. VI. Fig. 2. proiectio fit sub angulo semirecto. Si enim globus ab actione pulveris iaculatus sub semirecto angulo MAH, eam velocitatem habuerit, quam obtinuisset cadendo ex S in A, utique recta TM utpote radio aequalis, maxima erit omnium ordinatarum semicirculi SMA, unde amplitudo AH, quae quadrupla est (263) MT, maxima omnium erit.

COROLLARIUM V.

Tab VI. Fig. 2. 265. Globi autem eadem pulveris copia & qualitate proiecti secundum directiones AL, AF, aequidistantes a recta AM, quae cum AH facit angulum semirectum, describent curvas AG, AK mutuo convenientes in horizontis aliquo puncto I, ideoque ad aequa-

aequales distantias a tormento bellico explodentur. Cum enim sint aequales arcus LM, FM, aequabuntur etia reliqui SL, AF, atque ordinatae EL, NE. Sed amplitudo semitae AG quadrupla (263) est EL, & semitae AK amplitudo quadrupla (263) est NF; ergo utrique semitae AG, AK eadem prorsus competit amplitudo, ideoque ambae convenient in horizontis aliquo puncto I. Igitur si amplitudo solum consideretur, perinde est sive proiiciatur globus iuxta directionem AL, sive secundum AF rectam. Hoc autem discrimen est inter utramque proiectionem, quod inferior iactus sit adhibendus, quoties murus aliquis verticalis diruendus est, si vero urbium recta fuerint perrumpenda, praestat tunc adhibere altiorem iactum.

SCHOLION I.

266. Vt autem tormentum bellicum sub dato angulo elevetur, opus est regula lignea, aut metallica MBD, cui adhaeret rectangulum BFED cum semicirculo BLD, diviso in suos gradus, ex cuius centro C pendet filum pondere P instructum. Et sane, si danda sit tormento bellico inclinatio grauum 40; regula MBD ita in os machinae introducatur, ut congruat cum eius axe. Deinde tormentum bellicum tamdiu attolli debet, aut deprimi, donec filum CP designet in semicirculi limbo K arcum LK graduum 40. Hoc Tab.VI. Fig. 3.

pe-

peracto; dico, tormenti axem MD cum horizontali MH comprehendere angulum graduum 40. Nam producto filo donec occurrat ipsi MH in N, rectus (159) erit angulus CNM, adeoque etiam recto aequales erunt duo simul anguli CMN, MCN seu BCK. Sed quia arcus BL est graduum 90., recto quoque aequantur simul anguli LCK, BCK; ergo angulus CMN aequatur alteri LCK. Sed angulus LCK est graduum 40.; ergo totidem graduum erit etiam angulus CMN.

Scholion II.

267. Quae de semitis proiectorum sumus hactenus demonstrati, in vacuo solum, atque in aere proxime habent locum, ubi nimirum resistentia nulla est, aut insensibilis relate ad pondus corporis. Caeterum si foret sensibilis resistentia medii per quod transit proiectum, tunc motus proiectionis non esset amplius uniformis, sed retardatus iuxta eam legem, qua resistere medium solet, ideoque proiecti semita non esset amplius parabolica. Proiecti semitam in hoc casu determinarunt Newtonus, Wolfius, aliique.

CA-

CAPVT XIV.

De vi centripeta, & centrifuga.

DEFINITIO XXXIX.

268. V*Is centripeta* est vis illa, qua mobile aliquod e motu rectilineo continue detorquetur, & versus centrum aliquod indesinenter urgetur.

SCHOLION.

269. Cum corpus quodlibet semel motum, secundum eandem rectam nitatur semper (67) progredi uniformiter; patet, nullum mobile posse orbitam aliquam describere motu suo, nisi vi quadam versus centrum aliquod indesinenter agente, in ea orbita detineatur. Rotetur mobile uniformi cum motu in circumferentia circuli EAC; hoc ubi ad A pervenerit, sublata vi illa, qua in orbita detinetur, per tangentem AB protinus (70) avolaret. Vt ergo retineatur mobile in circumferentia circuli EAC, opus est, ut interea dum mobile describeret rectam infinite parvam AB, vis quaepiam in illud agens, ipsum retrahat per BC, sive AH, normalem scilicet ad AB; his enim duabus viribus simul iunctis feretur (96) mobile motu composito per AC arcum, qui pro recta linea sumi potest. Tab. VI. Fig. 4.

COROLLARIUM.

270. Quoniam vis centripeta infinitesimo saltem tempore (64) constans est, vis autem motrix constans exponi potest per spatium, quod eadem urgente vi dato illo tempore (125) absolvit corpus; sequitur, vim centripetam etiam exponi posse per spatium tempore infinite parvo a mobili absolutum. Quare cum illud spatium (269) sit BC, utique vis centripeta exponi potest per hanc rectam.

DEFINITIO XXXIX.

271. *Vis centrifuga* est renixus, quo corpus obstat vi centripetae, conanti illud retrahere a tangente.

COROLLARIUM.

272. Igitur vis centrifuga est *reactio*, centripeta autem *actio*. Et quia (79) reactio aequalis, & contraria est actioni, etiam vis centrifuga aequalis erit vi centripetae, & contraria; quare cum vis centripeta exponi (270) soleat per BC, etiam vis centrifuga exponi poterit per hanc rectam.

SCHOLION I.

273. Id quidem constat in funda. Cum enim filum aequaliter tendi soleat, vis qua lapis trahitur versus manum, aequabitur illi vi qua manus trahitur versus lapidem.

Sed

Sed vis qua lapis trahitur versus manum, centripeta est, quae vero trahit manum versus lapidem, est centrifuga; ergo vis centripeta contraria est centrifugae, & aequalis.

SCHOLION II.

274. Itaque vis centrifuga confundi nequit cum illa vi, qua corpus conatur progredi per tangentem, quaeque etiam dicitur *tangentialis*; tantum siquidem est discriminis inter illas, ut prima sit ad alteram, veluti magnitudo quaevis finita ad infinitam. Esto Tab VI. AC pars circumferentiae infinite parva, cu- Fig 4. ius proinde chorda quae cum arcu confundi debet, infinitesima etiam erit, hoc est ad finitam quamlibet magnitudinem veluti ad diametrum AE, eam rationem habebit, quam finita quantitas ad infinitam. Demissa intelligatur ex puncto C ad AE perpendicularis CH, quae abscindet AH rectam infinitesimam respectu AE, atque adeo rectae AE, HE pro aequalibus sumi poterunt. Quoniam chorda arcus AC infinite parva est respectu AE, multo magis HC, quae minor est chorda arcus AC, infinite parva erit respectu AE, vel HE. Sed AH est ad HC, ut eadem HC ad HE; ergo cum HC infinite parva sit respectu HE, etiam AH vel BC infinite parva erit respectu HC vel AB. Sed vis centrifuga est ad vim tangentialem (125), ut BC ad AB; ergo etiam illa ad hanc erit, ut finita quantitas ad infinitam.

LEMMA III.

Tab. VI. Fig. 5. 275. *SI in circulis concentricis ACH, DFL sumantur arcus quicumque similes AC, DF, atque ex punctis C & F ducantur CB, FE, radio IA parallelae, quae rectas AB, DE tangentes circulos in A & D, secent in punctis B & E; rectae BC, EF erunt, ut radii AI, DI.*

Iungantur chordae AC, DF. Quoniam arcus AC, DF ponuntur similes inter se, iuncta IC transibit per punctum F. Porro in triangulis AIC, DIF est AI ad ID, ut CI ad IF; ergo AC recta parallela erit rectae DF, atque angulus IAC aequabitur IDF. Sed etiam rectus angulus IAB aequatur recto alteri IDE; ergo reliquus angulus CAB aequalis erit reliquo FDE. Recti autem seu aequales sunt etiam anguli ABC, DEF; igitur triangulum ABC simile erit alteri DEF, ideoque BC erit ad EF, ut AC ad DF. Sed propter parallelas AC, DF, est AC ad DF, ut AI ad DI; ergo etiam BC erit ad EF, ut radius AI ad DI radium. Q. E. D.

PROPOSITIO LII.

276. *SI duo mobilia aequalia aequalibus temporibus circumferentias inaequales uniformi motu describant; erit vis centrifuga in*

in maiori circumferentia ad eam, quae in minori, ficuti ipfarum radii inter fe.

Mobile A defcribat aequabiliter circumferentiam ACH, atque eodem tempore mobile aliud D circumferentiam DFL: dico, vim centrifugam mobilis A effe ad eam mobilis B, ut radius AI ad radium DI. Ponantur arcus infinite parvi AC, DF eodem tempore abfolvi a mobilibus A & D. Quoniam mobilia A & D defcribunt eodem tempore (*ex hyp.*) circumferentias ACH, DFL, utique pari tempore etiam defcribent partes fimiles earundem. Atqui etiam (*ex hyp.*) abfolvunt pari tempore arcus AC, DF; ergo hi fimiles etiam erunt, ideoque BC erit ad EF, ut AI ad DI (275). Sed vis centrifuga mobilis A eft ad vim centrifugam mobilis D, ut (272) BC ad EF; ergo vis centrifuga mobilis A erit quoque ad vim centrifugam mobilis B, ut radius AI ad radium DI. Q. E. D. Tab VI. Fig. 5.

COROLLARIVM I.

277. Hinc fi tellus vertitur circa axem diurno motu, homines, aliaque corpora globo terraqueo infiftentia, centrifugam vim adquirent, qua nitentur recedere a centro terrae, & revera recederent, fi illorum gravitas huic nifui non obftaret. Haec autem vis centrifuga in aequatore maxima eft. fub polis nulla, media demum in intermediis terrae locis. Nam dum tellus volvitur cir-

Tab.VI. Fig. 6. ca axem PQ, partes constitutae ad polos P & Q non moventur, atque adeo vim centrifugam nullam habent. At dum pars terrae in loco R sub aequatore, describit diurno motu circumferentiam, cuius radius est CR, pars terrae in loco D describit circumferentiam, cuius radius est DI, axi terrae PQ normalis. Ergo (276) vis centrifuga in loco R erit ad eam in loco D, ut radius CR ad radium ID. Sed CR radius maior est radio ID; ergo & vis centrifuga in loco R erit maior vi centrifuga in loco D. Eodem ratiocinio constabit, vim centrifugam in loco R excedere quamvis aliam; ergo illa maxima omnium erit.

COROLLARIUM II.

278. Hinc gravitas sub polis maxima esse debet, sub aequatore minima, media vero in intermediis terrae locis. Recta RK exponat vim centrifugam loci R, recta autem DF vim centrifugam loci D; liquet, totam centrifugam vim RK directioni gravium adversari, huic vero obliquam esse centrifugam vim DF. Age modo, videamus quanta sit pars centrifugae vis DF, quae directe opponitur gravitati. Hoc obtinebimus (96) resolvendo centrifugam vim DF in duas alias DH, DG, quarum altera vis DH directe opponitur gravitati, altera vis DG ipsi normalis, gravitatis actionem nequaquam impedit. Iam vero centrifuga vis in R est (*ex hyp.*) ad centri-

fugam vim in D, ut RK ad DF; sed etiam prima vis centrifuga (276) est ad aliam, ut CR ad ID, vel ut CD ad ID. Ergo RK erit ad DF, ut CD ad ID; sed ob similia triangula CDI, FDH, est CD ad ID, ut DF ad DH. Ergo etiam RK erit ad DF, ut eadem DF ad DH, ideoque RK erit ad DH, ut quadratum RK ad DF quadratum, sive ut quadratum CR ad quadratum ID. Sed cum gravia in R & D viribus RK, DH nitantur recedere a centro C contra gravitatis directionem, rectae RK, DH exponent decrementa gravitatis in illis locis; ergo ponderis decrementum in loco R erit ad decrementum ponderis in loco D, ut quadratum semidiametri aequatoris CR ad quadratum rectae ID, quae dicitur *Cosinus* latitudinis datae RD. Apparet itaque, quod si tellus vertitur circa axem, actio gravitatis maxima erit sub polis, sub aequatore minima, atque in locis intermediis media.

COROLLARIUM III.

279. Hinc si tellus vertitur circa axem, Tab.VI. Fig. 7.
maris aquae ad aequatorem R constitutae minori vi gravitatis urgeri debent, quam quae sunt positae ad polos P & Q. Cum autem omnia fluida servent aequilibrium inter se, & aquae in R minus graviteut, quam in P, necessario in R debent elevari altius quam in P, ut minor gravitas in R a quantitate maiori fluidi compensetur. Mare igitur

tur sub aequatore debet esse altius quam sub polis.

Corollarium IV.

280. Et quoniam continentis superficies eadem ferme est, quae maris; sequitur continentem sub aequatore elevari altius quam sub polis, ideoque figuram terrae sphaeroidis instar esse, elevatae quidem ad aequatorem in R & E, compressae vero ad polos P & Q.

Lemma IV.

Tab. VI. Fig. 8. 281. *SI in circulo BFAE, capiatur arcus infinite parvus EA, atque ad diametrum BA agatur ex E perpendicularis EM; quadratum arcus EA sumi potest velut aequale rectangulo BAM.*

Iungantur chordae EB, EA. Cum ex angulo recto E trianguli BEA, demissa sit ad BA perpendicularis EM; diameter BA erit ad chordam EA, ut eadem chorda EA ad AM, ideoque quadratum chordae EA aequale erit rectangulo BAM. Sed arcus infinite parvus EA pro eius chorda accipi tuto potest; ergo etiam quadratum arcus EA sumi potest velut aequale rectangulo BAM. Q. E. D.

Corollarium.

282. Quoniam rectangulum BAM duplum est

est rectanguli CAM, consequens est, ut quadratum arcus infinite parvi AE duplum sit etiam rectanguli CAM.

PROPOSITIO LII.

283. *SI quodvis corpus in circumferentia circuli uniformi incedat motu ea quidem celeritate, quae acquiritur cadendo ex altitudine LA; vis centrifuga ad pondus corporis erit, ut dupla altitudo LA ad radium CA.* Tab VI. Fig. 8,

Intelligatur mobile cadere ex L in V eodem tempore illo, quod insumit in percurrendo aequabiliter infinitesimo arcu AE. Rursus idem mobile concipiatur cadere per LA, indeque velocitate ultimo acquisita, absolvere pari tempore AG rectam, quae (136) dupla erit LA. Hoc posito, quia mobile eadem velocitate percurrit spatia AE, AG, utique AE ad AG erit, ut tempus per AE ad (44) tempus per AG. Sed tempus per AE idem est (*ex constr.*) cum tempore lapsus per LV, & tempus per AG idem (*ex constr.*) cum tempore lapsus per LA; ergo etiam AE erit ad AG, sive ad duplam LA, ut tempus lapsus per LV ad tempus lapsus per LA. Igitur quadratum AE ad quadruplum quadrati LA erit, ut quadratum temporis per LV ad quadratum temporis per LA, sive (136) ut LV ad LA, & factum ex quadrato AE in LA aequabitur facto ex quadruplo qua-

quadrati LA in LV, & (dividendo utrumque factum per LA) quadratum AE aequabitur facto ex quadrupla LA in LV, seu quadruplo rectanguli ALV. Sed idem AE quadratum aequale est (282) duplo rectanguli CAM; ergo duplum rectanguli CAM aequale erit quadruplo rectanguli ALV, seu rectangulum CAM aequabitur duplo rectanguli ALV; atque adeo AM erit ad LV, ut dupla AL ad CA, seu DE erit ad LV, ut dupla AL ad CA. Est autem (125) vis centrifuga ad gravitatem, ut spatium DE ad spatium LV; ergo & vis centrifuga erit ad gravitatem, ut dupla AL ad CA. Q. E. D.

Corollarium I.

284. Hinc ratio reddi potest, cur calix vitreus plenus aqua, atque impositus latae fasciae, nihil effundat aquae si motu aequabili circulariter moveatur. Ponamus siquidem aquam ea circumvolui celeritate, quae acquiritur cadendo ex altitudine pedum 15, atque 3. pedum esse radium circuli, quem describit. Igitur (283) vis centrifuga erit ad pondus aquae, ut 30. ad 3., sive ut 10. ad 1. Cum igitur in hoc casu vis centrifuga decies pondere maior sit, ea in omni puncto circumferentiae apprimet aquam calicis eius fundo.

Corollarium II.

284. Si duo mobilia pondere inaequalia F & H,

& H, eadem velocitate rotentur in circumferentia circuli BFAE; vires centrifugae erunt, ut pondera eorundem. Finge enim, velocitatem communem utrique corpori F & H, acquisitam fuisse cadendo ex L in A. Igitur (283) vis centrifuga mobilis F erit ad eius pondus, ut dupla altitudo LA ad radium CA. Similiter vis centrifuga mobilis H erit ad eius pondus, ut dupla altitudo LA ad (203) radium CA. Ergo vis centrifuga mobilis F erit ad eius pondus, ut vis centrifuga mobilis H ad pondus suum, & permutando, vis centrifuga mobilis F erit ad vim centrifugam mobilis H, ut pondus mobilis F ad pondus mobilis H. Tab VI. Fig. 8.

COROLLARIVM III.

285. Hinc si fluidum corpus & solidum ipsi immersum, aut etiam si duo fluida variae specificae gravitatis veluti mercurius vivus & aqua, tubo vitreo includantur, isque postea ad horizontem inclinatus circulariter moveatur; corpus gravius ob centrifugam vim (284) maiorem, ascendere debet altius prae leviori. Ex eodem quoque principio fluit, quod inter cribrandum graviora grana tritici circumferentiam cribri petant, dum contra, paleae leviores colliguntur ad centrum cribri.

COROLLARIVM IV.

286. Hinc male Cartesius statuit, planetas

omnes

omnes circa ſolem deferri a vorticoſo caeleſtis materiae motu. Supponit ſiquidem hic philoſophus, quod dum ſol vertitur circa axem, communicet circularem motum materiae caeleſti, quae ipſum ambit undique, & circumdat, extenditurque ad Saturnum uſque, adeoque concludit, planetas omnes a vorticis materia abreptos, moveri circulariter circa ſolem. At vel caeleſtis materia ſpecifice gravior eſt planeta, aut levior ipſo eſt. Si primum aſſerant carteſiani; fateri utique etiam debent, quod caeleſtis materia ob centrifugam vim maiorem a vorticis centro fugiat, cogatque planetam ipſum accedere (285) ad centrum ſolis, quod carteſianum ſiſtema prorſus deſtruit. Si vero alterum aſſeratur; neceſſario ſequitur, ipſum planetam ob centrifugam vim maiorem, ſemper recedere a centro ſolis (285), tandemque ad limbum vorticis avolare, quod in carteſii hypoteſi eſt abſurdum. Ergo ſupereſt ut dicatur, materiam vorticis gravitare aequaliter ac planeta; at ſi haec hypotheſis admittatur, quis non videt, planetas omnes pari tempore completuros ſuas periodos circa ſolem? Quod cum aſtronomicis obſervationibus ſit contrarium, concludi debet, a vero prorſus abludere hypoteſim carteſianam, explicandis planetarum motibus adinventam.

Corollarium V.

287. Si mobile in circumferentia circuli mo-

moveatur ea velocitate, quam acquirit cadendo ex altitudine, quae quartae parti diametri ſit aequalis; habebit conatum recedendi a centro aequalem ſuae gravitati, hoc eſt aeque valide filum quo retinetur, trahet, atque cum illo ſuſpenſum eſt. In hoc etenim Tab. VI. Fig. 8. caſu altitudo LA, unde cadere debet grave, ut eam velocitatem acquirat, qua circumfertur in circulo BFAE, quarta pars erit diametri BCA, atque adeo dupla LA aequabitur radio AC. Sed vis centrifuga (283) eſt ad pondus, ut dupla LA ad radium AC; ergo cum dupla LA aequalis ſit radio AC, etiam vis centrifuga aequalis ponderi erit.



PARS



PARS SECVNDA
SEV
MECHANICA PRACTICA
CAPUT I.

De vecte, machinarum simplicium prima.

Definitio I.

288. *Ectis* a mechanicis appellatur linea recta rigida, fulcro innixa, ponderibus elevandis, aut sustinendis accommodata.

Scholion I.

289. Vt in casu aequilibrii unice mens versetur circa rationem ponderis ad potentiam machinae applicatam, neque ad alia distrahatur, inter se mechanici convenere, ut vectem, aliasque machinas sic spectarent, quasi carerent pondere, atque massa, consta-

ſtarentque ex lineis tantum, & figuris geometricis plane rigidis, gravitate expertibus, & frictione. Hic autem modus abſtracte machinas contemplandi, non quidem impedit, quin mechanicus ſpectet poſtea, & conſideret qualitates, quas phyſice ipſae habent, ut inde colligat vis menſuram, quae praerequiritur, ut frictio ſuperetur, motuſque machinis imprimatur.

SCHOLION II.

290. Circa vectem tria ſunt maxime diſtinguenda. 1.° Nempe pondus ſuſtinendum, aut elevandum R. 2.° Potentia P, quae pondus elevat, aut ſuſtentat. 3.° Fulcrum C, cui vectis inniti ſolet, & ſuper quo rotatur, dum immobile ipſum manet. Ex ſitu vario horum trium, tria vectis genera oriuntur. Tabula VII. Fig 1.2. 3.

DEFINITIO II.

291. Vectis *primi generis* eſt, quando fulcrum medium tenet locum inter potentiam, atque pondus. *Secundi generis* vectis dicitur, quando pondus inter potentiam, & fulcrum iacet. Denique in *tertii generis* vecte potentia agit inter pondus, & fulcrum.

DEFINITIO III.

292. Vectis *inflexus* ille eſt, cuius radii, aut brachia AC, BC comprehendunt angulum ACB. Tabula VII. Fig. 4.

DE-

DEFINITIO IV.

293. *Pondus* appello quidquid ope vectis sustineri, deprimi, aut etiam attolli potest. Quod vero sustinet pondus, deprimit, aut attollit, *Potentiam* voco.

SCHOLION.

294. Si potentia machinae applicata, fuerit inanimata, cuiusmodi est grave appensum; tunc ex pondere appensi corporis statim liquet potentiae *quantitas absoluta*. Ita si grave appensum fuerit librarum 100., totidem librarum quoque erit potentiae quantitas absoluta. At si potentia fuerit animata veluti homo; tunc ut absoluta eius potentia detegatur, inquirere opus est, quot libras ponderis possit homo propriis viribus elevare. D. de la Hire, ut humani corporis vim detegeret, ponderavit hominem mediae altitudinis, invenitque eum esse librarum prisiensium 140., hoc est florentinarum 186.$\frac{2}{3}$, cum parisiensis libra sit ad florentinam, ut 16. ad 12, sive ut 4. ad 3. Experimentis postea institutis deprehendit, hunc ipsum hominem vi musculorum coxarum, & crurum, dum haec modice incurvantur, posse attollere parisienses libras 290. Siquidem ille homo poplitibus parum flexis erigere sese potest, licet 150. parisiensium librarum pondere sit gravatus; sed huiusmodi homo ponderat parisienses libras 140.

140. Ergo vi musculorum coxarum, & crurum potest attollere 290. libras parisienses. Vis autem muscularis brachiorum, quam solent homines adhibere ad pondus aliquod verticaliter elevandum, valet circiter parisienses libras 160. Si enim homo mediae altitudinis aliquod fixum corpus imminens eius capiti, ambabus manibus firmiter apprehendat, tunc elevare poterit proprium corpus, licet 20. librarum parisiensium pondere sit gravatum. Sed pondus humani corporis valet 140. libras parisienses; ergo vis, qua praediti sunt musculi brachiorum, valebit circiter 160. libras parisienses. Denique observavit idem D. de la Hire, quod si homo 60. gradibus inclinatus, horizontaliter brachiis agat, potest attollere, trahere, aut propellere pondus librarum parisiensium 27. Vim istam itaque habet homo, qui funi alligatus, dum ambulat, navim trahit; non posset enim trahere ambulando, si eius inclinatio minor foret gradibus 60. Nec mirum videri debet, quod exigua haec potentia navigium movere possit; quippe cum integrum eius pondus a subiecta aqua sustineatur, tota vis illa eo unice tendit, ut aquae superet resistentiam, quae certe exigua esse solet, dum navigio imprimitur exiguus motus.

Definitio V.

295. Potentiam *obliquam* voco, quae ad

obliquum angulum vecti est applicata; *directam* autem voco, quae pependiculariter in vectem agit.

DEFINITIO VI.

Tabula VII. Fig. 5. 6. 296. In vecte quolibet ACB si ex fulcro C ad directiones potentiarum P & Q demittantur perpendiculares CL, CV; hae vocantur *distantiae* potentiarum a fulcro C.

COROLLARIVM I.

Tabula VII. Fig. 7. 297. Igitur brachia CA, CB erunt *distantiae* potentiarum P & Q, directe trahentium AB vectem.

COROLLARIVM II.

Tabula VII Fig. 8. 298 Cum etiam pondera P & Q directe (159) trahant horizontalem vectem AB, utique brachia CA, CB erunt quoque *distantiae* ponderum a fulcro C.

DEFINITIO VII.

Tabula VII. Fig. 5. 6. 7. 299. Potentiae P & Q dicuntur *esse in aequilibrio*, si immotum teneant vectem quemlibet ACB, convertibilem circa aliquod fulcrum C.

DEFINITIO VIII.

Tabula VII. Fig. 5. 6. 7. 300. *Quantitas relativa* potentiarum P & Q, quae etiam *momentum* dicitur, est vis, aut actio illarum ad rotanda vectis brachia CA, CB circa immobile fulcrum C.

Co-

COROLLARIVM.

301. Manente igitur aequilibrio, potentiae P & Q habebunt (300) momenta aequalia, & contra, si momenta aequalia habeant, inter illas dabitur aequilibrium.

AXIOMA.

302. Potentiae aequales P & Q directe vecti AB applicatae ad aequales distantias a fulcro C, aequalia habent momenta. Tabula VII. Fig. 10. Tab. IX. Fig. 1.

SCHOLION.

303. Cum enim omnia sint aequalia, nulla ratio esse potest, cur momentum unius momento alterius maius sit.

COROLLARIVM I.

304. Ergo aequales potentiae P & Q, quae ad aequales distantias a centro C vectem trahunt, servant (301) aequilibrium inter se. Tabula VII. Fig. 10.

COROLLARIVM II.

305. Quare etiam pondera aequalia P & Q, quae in vecte horizontali ad aequales distantias a fulcro suspensa manent, servant aequilibrium inter se. Tabula VII. Fig. 9.

PROPOSITIO I.

Tabula VII Fig. 11 306. *SI binae potentiae aequales P & Q agentes iuxta directiones BA & AB, trahant extremitates A & B inflexi vectis cuiuslibet ACB, inter illas dabitur aequilibrium.*

Puncta A & B iunge rigida recta AB, quae si sola esset, potentiae aequales, & contrariae P & Q, eiusdem extremitatibus applicatae, in aequilibrio (84) plane forent. Rectae immotae AB adde modo inflexam, rigidamque lineam ACB, convertibilem circa C; utique aequilibrium idem erit. Nam quiescente rigida recta AB, immota quoque manebit inflexa altera ACB. Finge demum in nihilum redigi rectam AB, non inde tamen aequilibrium destruetur. Cum enim puncta A & B ob rigiditatem inflexae lineae ACB, eodem modo a se nequeant separari ac quando aderat rigida recta AB; utique potentiae P & Q perinde agent in inflexam, rigidamque lineam ACB ac si adhuc subsisteret recta AB. Ergo inter illas dabitur aequilibrium. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

Tabula VII. Fig. 11. 307. *IIsdem positis, si binae potentiae P & Q sint in aequilibrio constitutae, aequales etiam erunt inter se.*

Po-

Potentias P & Q exponant rectae AK, BO, atque potentia AK sit, si fieri potest reliqua BO maior, hac autem coercita, aut amota, substituatur alia BR potentia, quae sit ipsi AK aequalis. Ergo (306) dabitur aequilibrium inter potentias AK, & BR; at idem aequilibrium dabatur quoque (*ex hyp.*) inter potentias AK, & BO. Ergo BR potentia erit alteri BO aequalis, totum parti, quod est absurdum. Non ergo AK potentia erit altera BO maior. Eodem argumento constabit, eandem AK potentiam non esse alia BO minorem; superest ergo, ut ipsi aequalis sit. Q. E. D.

PROPOSITIO III.

308. *Datis binis potentiis P & Q, quae applicatae extremitatibus A & B* Tabula VII.
inflexi vectis cuiuslibet ACB, in ipsum agant Fig. 12.
iuxta directiones AP, BQ; binas alias invenire, quae iisdem extremitatibus applicatae, atque agentes iuxta directiones BA & AB, prioribus aequipolleant.

Potentias P & Q exponant rectae AH, BF, atque ex H & F ducantur HK, FO, quarum altera parallela sit ad CA, altera ad CB: dico, potentiis P & Q aequipollere potentias AK, BO. Quoniam potentia AH aequipollet binis AG, AK, utique etiam actio, seu vis potentiae AH ad rotandum bra-

chium vectis AC, aequipollens erit actionibus, aut viribus potentiarum simul AG, AK; sed potentia AG utpote agens iuxta rectam AC, conatur quidem brachium vectis impellere versus C, nullam vero exerit actionem ad rotandum illud brachium circa C. Ergo actio seu vis potentiae AH ad rotandum brachium vectis AC, aequipollebit actioni, seu vi alterius potentiae AK. Simili modo ostendam, actionem BF potentiae aequivalere actioni potentiae BO; ergo binae potentiae AK, BO aequipollentes erunt binis AH, BF, sive potentiis P & Q. Q. E. I.

PROPOSITIO IV.

Tabula VII. Fig. 12. 309. *SI binae potentiae P & Q applicatae extremitatibus A & B inflexi vectis cuiuslibet ACB, servent aequilibrium inter se; potentia P erit ad Q potentiam, ut huius distantia CV a fulcro C ad distantiam CL alterius ab eodem fulcro.*

Superiori posita constructione, liquet, potentias binas AK, BO aequipollere (308) duabus P & Q; sed potentiae P & Q servant (*ex hyp.*) aequilibrium inter se. Ergo & illud servabunt reliquae AK, BO, quae idcirco (307) aequales erunt. Ex fulcro C agantur CH, CK, nec non CF, CO. Triangula CKA, COB habent aequales bases AK, BO, suntque ulterius aeque alta; ergo invicem aequabuntur.

tur. Sed propter parallelas KH, AC, triangulum CKA aequale est alteri CHA, & propter parallelas OF, BC, triangulum COB aequale est alteri CFB. Ergo cum triangulum CKA aequale sit triangulo COB, etiam triangulum CHA aequabitur CFB, atque adeo basis AH trianguli CHA erit ad BF basim trianguli CFB, ut altitudo huius CV ad CL alterius altitudinem. Quare potentia AH, sive P, erit ad BF potentiam, sive Q, ut distantia huius a fulcro C ad alterius distantiam ab eodem fulcro. Q. E. D.

PROPOSITIO V.

310. *Si binae potentiae P & Q applicatae extremitatibus A & B vectis recti AB, servent aequilibrium inter se; erit potentia P ad potentiam aliam Q. ut distantia huius CV ad distantiam alerius CL.* Tabula VIII. Fig. 1.

Ex fulcro C ducatur utcumque CS recta, occurrens ipsi BQ in S, eaque velut rigida concipiatur, cuius extremo S applicatas habeat aequales, & contrarias potentias SO, SI, tales nimirum, ut illarum una SI valeat cum alia P immotum tenere inflexum vectem ACS. Hoc posito, cum potentiae P & Q immotum (*ex hyp.*) teneant AB vectem, eum quoque immotum tenere pergent quatuor potentiae P, Q, SI, SO, quarum extremae SI, SO utpote contrariae, & ae-

quales, mutuo se (84) elidunt. Itaque immoti iacebunt duo inflexi vectes ACS, SCB, quorum alterum trahunt potentiae SI & P, alterum vero potentiae SO & Q. Cum ergo immotus iaceat vectis ACS inter potentias SI & P, utique (309) potentia P erit ad potentiam SI, ut CV est ad CL; sed ob vectem alium SCB immotum inter potentias SO & Q, potentia Q aequabitur (307) ipsi SO, aut SI. Ergo potentia quoque P erit ad potentiam aliam Q, ut distantia CV ad distantiam CL. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

Tabula VII. Fig. 7. 311. Igitur si potentiae P & Q directe trahentes vectem AB, servent aequilibrium inter se; potentia P erit ad potentiam Q, ut CB est ad CA, quae sunt (297) distantiae potentiarum a fulcro C.

COROLLARIVM II.

Tabula VII. Fig 8. 312. Item si pondera P & Q vecti horizontali AB applicata, servent aequilibrium inter se; pondus P erit ad pondus Q, ut CB ad CA, quae sunt (298) distantiae ponderum a fulcro C.

COROLLARIVM III.

Tabula VIII. Fig. 2. 313. Demum si directiones potentiarum P & Q productae conveniant in puncto D; ducta CE ad BD parallela, erunt potentiae P & Q, ut rectae DE, EC. Completo enim

nim parallelogrammo ECOD, triangulum CED aequabitur COD, ideoque basis DE trianguli CED erit ad basim DO trianguli COD, ut huius altitudo CV ad illius altitudinem CL; atqui potentia P est ad potentiam aliam Q, ut CV est (310) ad CL. Ergo eadem potentia P erit etiam ad aliam Q, ut DE ad DO, sive ut DE ad EC.

PROPOSITIO VI.

314. *SI binae potentiae P & Q applicatae extremitatibus A & B vectis recti AB, sint ut distantia CV ad distantiam CL; inter illas dabitur aequilibrium.* Tabula VIII. Fig. 1.

Si non fuerit aequilibrium inter potentias P & Q, detur, si fieri potest, inter potentiam P, atque aliam BH potentiam, quae maior sit Q. Igitur potentia P erit ad potentiam BH, ut CV est (310) ad CL. Sed etiam potentia P est (*ex hyp.*) ad aliam Q, ut CV est ad CL. Ergo potentia P ad potentiam BH erit, ut eadem potentia P ad potentiam Q, ideoque BH potentia aequabitur potentiae Q, totum parti, quod est absurdum. Eodem modo constabit, eandem potentiam P non posse aequilibrari cum alia, quae minor sit Q. Ergo aequilibrabitur cum ipsa Q. Q. E. D.

Co-

COROLLARIVM I.

Tabula VII. Fig. 7. 315. Igitur si potentiae P & Q directe vectem trahentes, fuerint inter se, ut CB est ad CA, inter illas dabitur aequilibrium.

COROLLARIVM II.

Tabula VII. Fig. 8. 316. Item si pondera P & Q ex vecte horizontali suspensa, fuerint inter se, ut CB est ad CA, in aequilibrio ipsa erunt.

SCHOLION.

317. Hinc novimus qua ratione ad aquam e puteis hauriendam, soleant rustici adhibere machinam quamdam, quae *Ciconia* dici solet, eamque construunt tali pacto. Prope puteum GFIH excitatur trabs verticalis EC in suo extremo C bifurca. Huic adnectitur alia trabs BD, convertibilis circa C, & divisa in partes aequales, ex cuius brachio uno CD funis cum situla S suspenditur, ex altero autem corpus A, quod magis ponderat, quam situla aqua plena. Cum educenda e puteo aqua est, funis DL deprimi manu solet, ut aquae situla immergatur; haec autem, remota manu, necessario e puteo educetur. Nam ob aequalia brachia CB, CD, quemcumque situm habeat trabs BD, pondus A & situla S aequidistabunt semper a fulcro C, quapropter si corpus A tantum ponderaret, quantum situla aqua plena, esset aequilibrium (314) inter illa. At

Tabula IX. Fig. 2.

cum

cum plus ponderet corpus A, quam situla aqua plena, illud situlae praevalebit, quae proinde ascendet, atque ita e puteo hauriet aquam.

CAPUT II.

De mutua relatione momentorum, quibus pondera, & potentiae in vectem agunt.

PROPOSITIO VII.

318. *Pondera quaevis P & Q appensa ad aequales distantias a fulcro C in vecte horizontali AB, momenta habent, quae sunt in ponderum ratione.* Tabula VII. Fig. 9.

Si pondus P sit alteri Q aequale, momenta quoque aequalia (305) habent. Si vero pondus P sit duplum alterius Q, concipi illud potest in duas aequales partes divisum, quarum singulae habebunt momenta aequalia tum inter se, tum etiam momento ponderis Q, sive momentum P duplum erit momenti Q. Rursus si pondus P triplum sit ponderis Q, dividi illud potest in tres partes aequales, quarum singulae momenta habebunt aequalia prorsus momento Q. Ergo momentum exercitum a tribus hisce partibus simul sumptis, seu momentum ponderis P triplo maius erit momento Q, & sic

por-

porro. Itaque generatim momentum ponderis P tanto maius erit momento Q, quanto pondus P est maius pondere Q, seu, quod idem est, momentum P erit ad momentum Q, ut pondus P ad pondus Q. Q. E. D.

PROPOSITIO VIII.

Tabula VIII. Fig. 4. 319. *Pondera aequalia P & Q appensa ad inaequales distantias a fulcro C, momenta habent, quae sunt in ratione distantiarum ab eodem fulcro.*

Producto vecte AC versus L, donec CL sit ipsi CA aequalis, fiat ut CL ad CB, ita pondus Q ad alterum pondus R, quod suspensum ad punctum L aequilibrabitur (316) cum pondere solo Q, ideoque momentum R aequabitur (301) momento Q. Quare momentum P ad momentum Q erit, ut idem momentum P ad momentum R. Sed ob aequales distantias CA, CL, momentum P est ad momentum R, ut pondus P est (318) ad pondus R, sive (*ex hyp.*) ut pondus Q ad pondus R. Ergo etiam momentum P ad momentum Q erit, ut pondus Q ad pondus R, sive (*ex constr.*) ut LC ad CB, aut ut CA ad CB, quae sunt distantiae ponderum a fulcro C. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Tab. X. Fig. 6. 320. Hinc ratio apparet, cur in statera AD

AD *Romana* vulgo dicta, unico appendiculo, aut facomate dato P diversarum mercium pondera explorentur. Cum enim momentum ponderis P in ea augeri debeat ratione, qua crescit (319) eius distantia a fulcro C, utique si in E appensum, non servet aequilibrium cum pondere Q maiori, idem servare debebit, si magis removeatur a fulcro C, veluti si suspensum sit in B ad distantiam nempe CB, quae sit ad CA, ut pondus Q est (316) ad pondus P.

COROLLARIUM. II.

321. Quoniam perinde est, seu CB vectis comprimatur in B a pondere quovis dato, seu directe trahatur a potentia data P, quae illi ponderi sit aequalis; patet, momentum potentiae P agentis in B, fore ad eius momentum, dum applicata est in A, ut distantia CB est (319) ad distantiam CA. Tabula VIII. Fig. 5.

COROLLARIUM III.

322. Statuto itaque aequilibrio potentiam inter & pondus, difficilis non est eiusdem ponderis elevatio, si vel magis removeatur potentia a fulcro C, aut si exequi id non possit, pondus fulcro propius applicetur. In primo enim casu potentiae momentum (319) crescit, & contra in altero momentum ponderis diminuitur.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Tabula VIII. Fig. 6. 323. *Pondera inaequalia P & Q appensa ad inaequales distantias a fulcro C, momenta habent, quae sunt in composita ratione distantiarum, & ponderum.*

Intelligatur tertium pondus R alteri P aequale, quod appendatur ad distantiam CD ipsi CB aequalem; liquet, momentum P fore ad momentum R, ut distantia AC est (319) ad distantiam CD, sive (*ex constr.*) ut recta AC ad CB. Momentum vero R est ad momentum Q, ut pondus R est (318) ad pondus Q, sive (*ex constr.*) ut pondus P ad pondus Q. Ergo ratio, quae componitur ex ratione momenti P ad momentum R, & ex ratione momenti R ad momentum Q, sive ratio momenti P ad momentum Q, eadem erit ac ratio composita ex ratione distantiae AC ad distantiam CB, & ex ratione ponderis P ad pondus Q. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

Tabula VIII. Fig. 3. 324. Igitur ponderis P momentum erit ad momentum ponderis Q, ut factum ex pondere P in distantiam suam AC a fulcro C, ad factum ex pondere Q in distantiam suam BC ab eodem fulcro.

Co-

COROLLARIVM II.

325. Hinc si factum ex pondere P in distantiam AC minus sit facto ex pondere alio Q in distantiam BC; momentum P minus erit momento Q.

COROLLARIVM III.

326. Igitur si factum ex pondere P in AC auferas a facto ex pondere Q in BC, residuum praepondium erit. Ita si pondus P sit 20. librarum, Q vero librarum 30., AC digitorum 4., & CB digitorum 3., factum ex pondere P in AC erit 80., & factum ex pondere Q in CB 90. Igitur praeponderat Q in B momento ut 10.

PROPOSITIO X.

327. *SI quotvis pondera P & Q pendeant ex A & B, invenire punctum aliud in recta AC, ex quo si suspendatur summa ponderum P & Q, eius momentum valeat momenta simul ponderum P & Q pendentium ex A & B.* Tabula VIII. Fig. 6.

Singula pondera P & Q ducantur in distantias respectivas CA, CB: dico, quod si horum factorum summa per aggregatum ponderum dividatur, prodibit quaesiti puncti distantia a fulcro C. Ponatur siquidem punctum F esse id, quod quaeritur.

tur. Igitur momentum summae ponderum P & Q suspensae ex puncto F, aequabitur (*ex hyp.*) summae momentorum eorumdem ponderum P & Q pendentium ex A & B. Sed momentum summae ponderum P & Q suspensae ex F, est (324) ut factum ex summa ponderum P & Q in distantiam CF, & summa momentorum ponderum P & Q pendentium ex A & B, est (324) ut summa factorum ex P in CA, atque ex Q in CB. Ergo factum ex summa ponderum in CF aequabitur summae factorum ex P in CA, atque ex Q in CB, ideoque si horum factorum summa per summam ponderum dividatur, prodibit in quoto CF recta, quae est distantia quaesita, atque ita invenietur punctum quaesitum F. Q. E. I.

SCHOLION.

328. Sit pondus P 4. librarum, Q vero librarum 2. sit praeterea AC 6. digitorum; BC autem digitorum 3. Igitur momentum P erit (324) ut 24., atque momentum Q ut 6., unde horum summa erit ut 30. Igitur etiam momentum summae ponderum P & Q suspensae ex puncto F, hoc est summa ponderum P & Q ducta in rectam CF, erit ut 30.; sed summa ponderum est ut 6. Ergo recta CF erit ut 5., hoc est pollicum 5. atque ita inventum erit punctum quaesitum F.

PRO-

PROPOSITIO XI.

329 *SI potentia verticaliter agens, cuivis datae machinae applicetur, pondusque attollat; illius momentum ad huius momentum erit, ut factum ex potentia in spatium, quod ipsa perficit dato tempore iuxta propriam directionem, ad factum ex pondere in spatium ab eo percursum eodem tempore contra propriam directionem.*

Potentia & pondus ita mutuo in se agant ope machinae cuiusvis datae, ut potentia iuxta propriam directionem moveri nequeat, quin rapiat quoque pondus contra illius propriam directionem; liquet, quod si loco eiusdem machinae datae substituatur vectis cuius longitudo, & fulcrum talia sint, ut eadem potentia, atque idem pondus vectis extremitatibus applicata, eadem velocitate ac in machina data mutuo se se moveant, iidem erunt in vecte, atque in machina data actiones ponderis, & potentiae, eademque prorsus momenta. Horizontali itaque KL vecti applicari intelligantur potentia P, & pondus A, quorum directiones KP, LA horizontali KL sint semper perpendiculares, ac proinde mutuo parallelae; vectis autem rotetur circa fulcrum C, & obtineat positionem HF, filumque Hp productum, secet horizontalem KL in B, filum vero Fa in O. In hac hypothesi potentia P secundum Tabula VIII. Fig. 7.

propriam directionem percurrit ſpatium BH, & pondus A contra propriam directionem deſcribit eodem tempore ſpatium FO. Iam vero cum ſimilia ſint triangula CBH, CFO, eſt HC ad CF, ut BH ad FO; ſed KC aequatur HC, & CL aequatur CF. Ergo etiam KC erit ad CL, ut BH ad FO, & permutando KC erit ad BH, ut CL ad FO, factumque ex P in KC erit ad factum ex P in BH, ut factum ex A in CL ad factum ex A in FO, & permutando, factum ex P in KC erit ad factum ex A in CL, ut factum ex P in BH ad factum ex A in FO. Sed momentum potentiae P eſt (324) ad momentum ponderis A, ut factum ex P in KC ad factum ex A in CL; ergo etiam momentum potentiae P erit ad momentum ponderis A, ut factum ex P in BH ad factum ex A in FO. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

330. Quoties igitur deprimi nequit potentia P ſecundum propriam directionem, quin interea pondus A contra propriam directionem taliter elevetur, ut ſpatium BH, quod potentia deſcriberet dato tempore, ſit ad ſpatium FO interea a pondere abſolvendum, in ratione ponderis ad potentiam; tunc ob factum ex potentia P in eius ſpatium BH, aequale facto ex pondere A in ſpatium ſuum, utique momentum potentiae momento ponderis eſt aequale, atque ita dabitur aequilibrium. Co-

COROLLARIUM II.

331. Hinc si in machina quavis data explorentur spatia, quae a potentia, & pondere essent eodem tempore percurrenda, habebitur quoque ratio ponderis ad potentiam, quae est cum pondere aequilibrata, atque adeo palam fiet potentiae quantitas absoluta. Finge enim potentiam ita moveri debere in machina quadam data, ut secundum propriam directionem debeat percurrere 100. pedes, interea dum pondus contra propriam directionem absolvit solummodo pedem unum; concludere statim potes, in hac machina potentiam cum pondere aequilibrari, si ea fuerit centesima pars ponderis, & si maior adhibeatur, potentia vincet pondus.

COROLLARIUM III.

332. Quia in casu aequilibrii potentia (330) est ad pondus, ut spatium ponderis ad potentiae spatium, utique quo tardius ascendit pondus, eo minor potentia opus est ad illud ope machinae elevandum, & vicissim quanto pondus est celerius elevandum, tanto maior potentia esse debet. In omnibus ergo machinis compendium virium cum dispendio temporis, atque compendium temporis cum dispendio virium iungi debet. Hinc per mechanica instrumenta potentiae absoluta quantitas proprie non augetur, sed spatium ponderis elevandi, vel deprimendi

ob inſtrumenti applicationem ita minui ſolet, ut momentum ponderis momento potentiae non maius ſit. Ita ſi vis quaepiam agens ſcrupulo unius horae, poteſt attollere pondus unius librae per ſpatium unius pedis, nullum eſt inſtrumentum, machina nulla, qua fieri poſſit, ut eadem vis uno horae ſcrupulo agens, attollere queat pondus duarum librarum per idem ſpatium unius pedis. Poterit autem ſcrupulo uno horae ope machinae alicuius attollere pondus duarum librarum per ſemiſſem unius pedis; imo eadem potentia pondus 1000. librarum poterit horae ſcrupulo elevare, ſed per partem milleſimam unius pedis.

Scholion.

333. Non tamen colligi inde poteſt, fruſtra machinas adhiberi. Saepe enim circumſtantia loci non ſinit, ut pondus aliquod elevetur, niſi machina praeſto ſit. Etenim ſi ex fundo navis, aut putei tota aquae quantitas educenda eſſet, poſſet quidem ſitula adhiberi quamdiu ipſa aquae immergi poteſt; at ſi aquae copia, quae ſupereſt, non ſit tanta, quanta opus eſt, ut ipſi ſitula immergatur, tunc fruſtra ſitula uteremur, ſed ad ſuctoriam antliam eſſet unice recurrendum. Non ergo antliam adhibemus, quia illius ope maior aquae quantitas eodem tempore hauriatur, quam ipſius ſitulae beneficio, ſed quia in exſiccandis omnino navibus, puteiſ-

que

que non poteſt ſitula adhiberi. Similiter machina ſaepe inſervit, ut pondus integrum transferatur, aut elevetur, quod abſque machina non niſi per partes fieri certe poſſet. Finge enim ab homine, qui tantum ferre poteſt 100 libras, transferendum eſſe pondus 1000. librarum ad diſtantiam milliaris. Sane ſi dividi poſſet pondus in 10. aequales partes, quae ponderarent ſingulae 100 libras; homo ille decem itinera conficiendo, in quorum ſingulis exempli gratia inſumeret horam unam, totum pondus per partes transferre poſſet poſt 10. horas. At ſi in partes dividi pondus nequeat, veluti ſi de ſtatuis, obeliſcis, ſaxiſque ingentibus ageretur, tunc illi machina opus eſt, ut illo eodem tempore transferre integrum corpus queat, quod ipſe inſumeret transferendo illud per partes. Id tandem commodi machinae nobis praeſtant, quod vires inanimatae veluti elementa, aut animatae ut animalia, id poſſunt agere ope machinae, quod eodem tempore quatuor, aut quinque homines vix praeſtarent. Exemplo eſſe queunt tum molendina, quae motu aquae, aut aeris agitantur, tum machinae etiam illae, quas adhibere aſſolent olitores ad aquam e puteis hauriendam. Neque vero utilitas harum machinarum in eo eſt collocanda, quod ſcilicet rotae illae, aut inſtrumenta ita potentiam iuvent, ut pari tempore magis elevent datum pondus, quam ſine illis; ſed

quia motus aquae, aut aeris nullius ferme dispendii sunt, & sustentatio equi, aut bovis machinae applicati, longe minor est sumptu, qui ad alendos quatuor, aut quinque homines praerequiritur.

CAPUT III.

De communi centro gravitatis corporum plurimorum, deque tribus potentiis rectae rigidae applicatis, atque in aequilibrio constitutis.

DEFINITIO IX.

Tabula VIII. Fig. 8. 334. Si in rigida recta AB, iungente centra gravitatis corporum P & Q, ita acceptum fuerit punctum C, ut si ex illo corpora suspendantur, servent aequilibrium inter se; idem punctum C dicitur *commune centrum* gravitatis corporum P & Q.

COROLLARIUM I.

335. Quoniam pondera P & Q ex communi gravitatis centro suspensa (334) quiescunt; liquet, sustentato gravitatis centro C, integrum pondus corporum sustineri, ideoque perinde esse ac si gravitas corporum P & Q tota coacta esset in centro C.

Co-

COROLLARIVM II.

336. Igitur potentia R ſuſtinens centrum C, ſentiet ſummam ponderum P & Q. Et ſi loco potentiae R ſuſtinentis, ſubſtituatur in C aliquod fulcrum, quod ſubeat eius vices, hoc preſſionem abſque dubio ſuſtinebit, quae valet ſummam ponderum P & Q.

COROLLARIVM III.

337. Quia perinde eſt, ſive pondera P & Q premant rigidam rectam AB, ſive binae vires ponderibus his aequales, hanc ipſam rigidam rectam trahant; patet preſſionem, quam ſuſtinet fulcrum in C, valere illarum virium aggregatum.

COROLLARIVM IV.

338. Quoniam pondera P & Q ex C ſuſpenſa, ſervant (334) aequilibrium inter ſe, utique pondus P erit ad pondus Q, ut BC eſt (312) ad CA, atque adeo componendo, ſumma ponderum P & Q erit ad pondus Q, ut ſumma rectarum BC & CA, ſeu BA eſt ad CA. Quare datis ponderibus P & Q, ac recta AB, pronum eſt invenire illorum centrum gravitatis commune C.

PROPOSITIO XII.

339. *Invenire commune centrum gravitatis trium corporum P, Q, R.* Tabula VIII. Fig. 9.

Centra gravitatis corporum P & Q iunge rigida recta AB, inventoque (338) illorum centro communi gravitatis C, agatur ex C rigida recta CE, transiens per centrum gravitatis corporis tertii R. Demum ita secetur CE in F, ut sit EF ad FC, quemadmodum summa ponderum P & Q ad pondus R: dico, punctum inventum F commune esse centrum gravitatis corporum P, Q, R Nam cum in C sit centrum gravitatis corporum P & Q, liquet, quod si recta CE suspendatur ex puncto F, ea premi debet in C a summa (336) ponderum P & Q, in puncto autem E comprimitur a pondere solo R. Ergo pondus in C erit ad pondus in E, ut summa ponderum P & Q ad pondus R; sed etiam EF est (*ex constr*) ad FC, ut summa ponderum P & Q ad pondus R. Ergo pondus in C erit ad pondus in E, ut EF ad FC, ac proinde (316) immota EC manebit seu, quod idem est, punctum F erit (334) commune centrum gravitatis trium corporum P, Q, R. Q. E. I.

SCHOLION.

*340. Simili modo detegi quoque potest commune centrum gravitatis quotcumque corporum.

PRO-

PROPOSITIO XIII.

341. *Datis binis potentiis P & Q, immotum tenentibus AE vectem, invenire vim, & directionem, secundum quam premitur fulcrum C.* Tabula VII. Fig. 10.

Potentias P & Q referant rectae AY, EG, factisque circa illas rectangulis BD, FL, in recta AC sumatur pars CI aequalis differentiae rectarum AD, EF, & ducta ad vectem perpendiculari CO, quae aequet summam rectarum AB, EL, compleatur rectangulum ISOC, habens diagonalem CS: dico, hanc ipsam rectam, vim, & directionem exponere, secundum quam premitur fulcrum C. Etenim potentia P, sive AY trahit punctum A viribus AB, AD; potentia autem Q, vel EG urget punctum E viribus EL, EF. Ergo simul potentiae P & Q trahunt vectem AE, seu premunt fulcrum C summa virium AB, EL, seu (*ex constr.*) vi CO, & differentia virium AD, EF, seu (*ex constr.*) vi CI; Sed binae vires simul CO, CI aequipollent uni CS. Ergo simul potentiae P & Q premunt fulcrum C vi & directione CS. Q. E. D.

PROPOSITIO XIV.

342. *Si directiones potentiarum P & Q productae conveniat in aliquo puncto M; ibi etiam conveniet directio resistentiae fulcri C* Tabula VIII. Fig. 10.

Su-

Superiori posita constructione, iungatur CM recta, & ducta CV parallela ad EM, sumatur in ea CH aequalis rectae EG. Ducatur quoque HR ad AM parallela, quae in puncto R conveniet cum CM. Demum demissis RK, HZ perpendicularibus ad AE, agatur huic parallela HT, occurrens ipsi RK in T. Cum potentia EG sit ad AY potentiam, ut CV est (313) ad VM, erit quoque ut CH ad HR; ergo cum CH sit (*ex constr.*) ipsi EG aequalis, etiam HR aequabitur ipsi AY. Igitur triangulum RTH erit simile, & aequale alteri ABY, sicuti & triangulum HZC aequale erit, simileque alteri ELG. Itaque singulae rectae RT, HZ, sive RT, TK aequantur singulis rectis AB, EL, atque adeo tota RK aequabitur rectis simul AB, EL, seu CO. Similiter singulae rectae HT, ZC aequales sunt rectis singulis YB, LG, sive AD, EF. Ergo illarum differentia CK aequabitur harum differentiae CI, ideoque completo rectangulo NCKR, hoc aequale erit, & simile alteri ICOS, rectaeque proinde CS, CR aequales inter se erunt, atque positae in directum. Sed pressio fulcri C exponitur (341) CS recta; ergo & resistentia fulcri, quae huic pressioni aequalis, & contraria est, exponetur recta CR, quare eius directio conveniet in puncto M cum directionibus potentiarum P & Q. Q. E. D.

Co-

COROLLARIUM I.

343. Igitur potentiae P & Q, ac resistentia fulcri C inter se erunt, ut rectae RH, HC, CR; sed hae tres rectae proportionales sunt rectis MV, VC, CM. Ergo potentiae P & Q, ac resistentia fulcri C erunt quoque ut rectae MV, VC, CM, atque adeo illis possunt commode repraesentari.

COROLLARIUM II.

344. Hinc si tres potentiae P, Q, X applicatae rigidae rectae AB in punctis A, E, C, immotum teneant illum vectem; earum directiones convenient simul in puncto M. Potentia enim X aequilibratur cum reliquis P & Q; sed potentiae P & Q aequipollent (341) CS potentiae. Ergo & potentia X aequilibrabitur cum CS, ideoque illarum una erit contraria alteri, & aequalis. Sed potentia exposita a CR aequalis est, & contraria (342) ipsi CS potentiae; ergo potentia X exponitur CR recta, atque adeo eius directio conveniet in M cum directionibus reliquarum P & Q. Itaque tres potentiae P, Q, X exponentur rectis RH, HC, CR, sive rectis MV, VC, CM, quae sunt prioribus proportionales.

PRO-

PROPOSITIO XV.

Tab. IX. Fig. 3. 345. *SI binae potentiae P & Q applicatae vecti horizontali AE sint in aequilibrio cum pondere quovis R; tunc demissa ex E ad PA normali EL, potentia P erit ad pondus R, ut recta EC ad EL.*

Quoniam potentiae P & Q aequilibratae sunt cum pondere R, utique si directiones potentiarum conveniant ad punctum M, ibi etiam (344) conveniet ponderis R directio. Ducatur CV ad EM parallela, & iungatur CL. Liquet, potentias P & Q ac pondus R esse (344) ut rectae MV, VC, CM. Iam vero ob rectos angulos MLE, MCE, circulus diametro ME descriptus, transibit quoque per L & C, ideoque angulus LEC aequabitur LMC, sive VMC. Eandem ob causam etiam angulus CLE aequabitur CME, sive huic alterno MCV parallelarum EM, CV. Igitur similia erunt triangula VMC, LEC, ac proinde MV erit ad MC, ut EC ad EL; sed potentia P est ad pondus R (344), ut MV ad MC. Ergo erit quoque, ut EC ad EL. Q. E. D.

CA-

CAPUT IV.

De proprietatibus, ac symptomatis vectis secundi, & tertii generis.

PROPOSITIO XVI.

346. *SI quaepiam potentia P directe trahens horizontalem vectem AC secundi, aut tertii generis, sit aequilibrata cum pondere R; eadem potentia P erit ad pondus R, ut distantia ponderis a fulcro C ad potentiae distantiam ab eodem fulcro.* Tab. IX. Fig. 45.

Producto vecte AC versus D, donec CD recta sit ipsi CA aequalis, applicetur in D potentia alia Q, quae aequalis sit ipsi P. Igitur potentiae P & Q applieatae brachiis CA, CD, momenta (302) aequalia habebunt; sed quia in vecte AC potentia P (*ex hyp.*) aequilibrata est cum pondere R, momentum potentiae P aequatur (301) ponderis R momento. Ergo etiam momentum potentiae Q aequale erit momento ponderis eiusdem R; unde amota, aut coercita potentia P, inter potentiam Q, & pondus R necessario dabitur (301) aequilibrium. Potentia ergo Q erit (312) ad pondus R, ut BC est ad CD, aut (*ex constr.*) ut BC est ad AC. Verum potentia P aequatur (*ex constr.*) poten-

tentiae Q; Ergo etiam potentia P erit ad pondus R, ut BC eſt ad AC, quae rectae ſunt diſtantiae ponderis, & potentiae a fulcro C. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

Tab.VII Fig. 2. 347. Itaque in ſecundi generis vecte AC potentia P, quae aequilibrata eſt cum pondere R, eodem pondere minor erit. Nam potentia P eſt ad pondus R, ut BC eſt (346) ad CA; ſed BC recta eſt minor CA. Ergo & potentia pondere minor erit. Itaque hic vectis potentiae vim adauget, ideoque uſus maximi eſſe poteſt ad ingentia pondera ſuſtinenda.

COROLLARIVM II.

Tab.VII Fig. 3. 348. Contra, in tertii generis vecte AC potentia P, quae aequilibrata eſt cum pondere R, eodem pondere maior erit. Nam potentia P eſt ad pondus R, ut BC eſt (346) ad CA; ſed BC eſt CA maior. Ergo & potentia P pondere maior erit. Itaque hic vectis minuit vim potentiae, atque adeo ſuſtinendo corpori non inſervit.

SCHOLION I.

349. Ad vectem ſecundi generis revocantur 1.° *Remi*. Dum enim navis agitur remis, horum palmulae aquae inniti ſolent, atque adeo aqua eſt fulcrum; pondus promovendum in *ſcalmo* eſt, ubi nempe affigitur

tur navi remus; potentia denique in altero extremo remi. Ergo quo longior remus eſt, ſive quo magis diſtat potentia a fulcro, eius momentum eo augeri debet. Non tamen colligi inde poteſt, aucto remo navim facilius promoveri. Nam cum longior remus fit, creſcit quidem diſtantia ſcalmi a fulcro, at diſtantia potentiae ab ipſo eadem perſeverat, alioquin navis non poſſet commode promoveri; igitur aucto remo nedum momentum potentiae creſcit, ſed illud quoque reſiſtentiae maius fit. Diſtet enim potentia a fulcro 2. pedibus, & diſtantia ſcalmi ab eodem ſit 1. pedis; utique in caſu aequilibri erit potentia ad reſiſtentiam, ut 1. ad 2., atque ita potentia erit dimidia reſiſtentiae. Aucto autem remo longitudine 1. pedis, diſtantia potentiae a fulcro erit 3. pedum, ſcalmi vero diſtantia 2. pedum; igitur in caſu aequilibrii erit potentia ad reſiſtentiam, ut 2. ad 3., hoc eſt potentia aequalis erit duabus tertiis partibus reſiſtentiae. Itaque aucto remo erit difficilior motus navis. 2.° *Poſtes* quoque ſunt vectes totidem ſecundi generis, quorum fulcra ſunt *Cardines*; pondera ſunt in eorumdem centris gravitatum; potentia demum extremitati alteri applicatur. Vnde quo magis potentia a cardinibus ipſis diſtat, eo facilius poſtes aperiri, claudique poſſunt.

SCHOLION II.

350. Vſus autem vectis tertii generis in hu-

humano corpore admirabilis plane est. Dum enim brachio horizontali pondus aliquod sustinemus, tertii generis vectis adest, cuius fulcrum in nodo scapulae est; musculi autem cubitum flectentes horizontaliter, sunt potentia; pondus denique elevandum in extremitate brachii situm est. Vis ergo muscularis brachii maior esse debet (348) pondere quod substentat; id autem in homine natura provida egit, ut & propria membra, & pendentia ex illis corpora citius elevaret.

PROPOSITIO XVII.

Tab. IX. Fig. 6. 351. *SI pondus R pendens ex vecte horizontali AB, sit in aequilibrio cum potentiis directe trahentibus P & Q; potentia P erit ad aliam Q, ut recta BC ad CA.*

Removeatur animo potentia Q, eiusque loco substitue fulcrum B; utique potentia P erit ad pondus R, ut BC est (346) ad AB. Rursus manente potentia Q, removeatur altera P, atque eiusdem loco substitue fulcrum A; eritque pondus R ad potentiam Q, ut recta BA est (346) ad AC. Ergo ex aequo, potentia P erit ad aliam Q, ut BC est ad AC. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

352. Igitur si duo homines suppositis humeris in A & B, sint aequilibrati cum pondere R; potentia sustinens in A erit ad sustinentem in B, ut BC est ad AC.

Co-

COROLLARIVM II.

☞353. Quoniam ponderis R partes ſuſtentatae in A & B, aequales ſunt potentiis ſuſtinentibus idem pondus; etiam pars ponderis R, quam regit homo in A erit ad illam, quam ſuſtinet homo in B, ut BC eſt ad AC.

COROLLARIVM III.

354. Quare ſi aequentur diſtantiae BC, AC, uterque homo in A & B conſtitutus, dimidiam partem ponderis ſuſtinebit.

COROLLARIVM IV.

355. Hinc innoteſcit, quomodo tres homines horizontali utentes vecte, poſſint ferre aequaliter datum pondus. Sumpto ſiquidem vecte EC, eoque bifariam diviſo in F, huic innitatur alius AF vectis, ita in B diviſus, ut eius pars BF dimidia ſit AB. Appenſo demum pondere ad punctum B, applicentur homines punctis E, C, A, & ſinguli tertiam partem ponderis ſuſtinebunt. Nam ut AB eſt ad BF, ita pars ponderis ſuſtentata in F eſt ad eam ponderis portionem, quam (353) ſuſtinet homo in A. ſed recta AB dupla eſt BF. Ergo pars ponderis ſuſtentata in F, dupla eius erit, quam regit homo in A, ideoque diviſo pondere D in tres aequales partes, unam ſuſtinebit homo in A, reliquae autem duae prement ve- Tab. IX. Fig. 7.

M ctem

ctem EC in F. Sed ob aequales EF, FC, pressio in F aequaliter distribuetur (354) inter duos homines in E & C constitutos; ergo hi quoque sustinebunt singuli partem tertiam ponderis P.

COROLLARIVM V.

356. Si vero quatuor homines debeant sustinere aequaliter pondus D; tunc adhibendi sunt duo vectes AH, EC, quorum punctis mediis G, & F inniti debet alter GF. Quod si ex puncto medio B huius vectis pendeat pondus D, singuli homines constituti ad puncta A, H, C, E quartam partem ponderis sustinebunt. Nam ob aequales BG, BF singuli vectes AH, EC dimidium (354) ponderis regent in punctis G & F. Igitur ob aequales quoque GH, GA, nec non FC, FE, singuli homines positi in A, H, C, E, quartam partem ponderis sustinebunt.

Tab. IX Fig. 8.

CAPVT V.

De Libra, Machinarum simplicium altera.

DEFINITIO X.

Tab. X. Fig. 1. 357. Libra est hasta ubique aeque densa, & crassa AB; atque in medio suspensa, ex cuius extremitatibus A & B pendent scutellae, aut lances D & E, quibus pondera imponuntur.

SCHO-

SCHOLION.

358 Haec machina adhibetur ad mercium pondus ope alterius dati aequipondii examinandum.

PROPOSITIO XVIII.

359. *SI aequalia pondera H & I pendeant ab extremitatibus hastae AB, atque suspensa maneant ex puncto medio C, quod centrum gravitatis eiusdem erit; quemcumque situm habeat hasta AB, quiescet.* Tab. X. Fig. 2.3.

I. Quoties hasta AB horizonti est parallela, lineae directionum ponderum H & I perpendiculares (159) ad ipsam erunt, atque adeo brachia AC, CB erunt distantiae ponderum a centro motus. Quare cum haec brachia sint aequalia, atque aequentur pondera H & I, inter illa (305) dabitur aequilibrium. Tab. X. Fig. 2.

II. Quod si hasta AB ab horizontali situ dimoveatur, tunc ducta DE per C parallela ad horizontem, quae secet directiones in D & E; liquet, rectas DC, EC fore (159) distantias ponderum H & I a centro motus C. Sed ob similia triangula ACD, ECB, est AC ad CB, ut CD ad CE; ergo cum sint aequales AC, CB, aequales quoque erunt DC, CE, atque ita aequalia pondera H & I ad aequales distantias a cen- Tab X. Fig. 3.

 tro

tro motus hinc inde posita, erunt (305) aequilibrata. Q. E. D.

COROLLARIVM.

Tab. X. Fig. 3. 360. Quoniam quemcumque situm habeat hasta AB, semper pondera aequidistare (359) debent a centro motus C, utique si pondus I paululum superet aliud H, huic alterum praevalebit, tamdiuque ascendet, donec hasta BA verticaliter collocetur. Itaque haec libra adhiberi nequit ad pondus mercium explorandum. Nam dum inquirimus pondus mercium, nos prorsus latet quale esse debeat aequipondium in lance altera collocandum, idque non nisi tentando investigamus. Quare si aequipondium quod sumimus, sit paullo gravius, aut levius mercibus ponderandis, in verticalem situm statim adducitur hasta BA, atque ita nequit detegi pondus mercium. En igitur rationem, cur hac libra reiecta, aliam postea mechanici investigarint.

PROPOSITIO XIX.

Tab X. Fig. 4. 361. *SI aequalia pondera H & I pendeant ab extremitatibus hastae AB, atque suspensa maneant ex puncto L, quod paullo altius sit centro gravitatis C hastae AB; haec si horizonti fuerit parallela, quiescit. At si inclinetur, oscillari tamdiu debet, donec iterum fiat parallela ad horizontem.*

Prius

Prius eodem constat ratiocinio, quo in theoremate praecedenti; posterius autem sic demonstro. Sit hasta AB inclinata ad horizontem, atque ex motus centro L demissa verticali recta LD, quae occurrat hastae in E, traiiciatur per E horizontalis recta GF, conveniens cum directionibus ponderum in G & F; patet, rectas GE, EF esse (159) distantias ponderum a centro motus. Iam vero ob similia triangula AGE, FBE, est GE ad EF, ut AE ad EB; sed AE est minor AC, seu CB, atque adeo multo minor EB. Ergo & GE multo minor erit recta EF. Momentum ergo ponderis I praevalebit (319) momento alterius H, atque adeo descendet tamdiu pondus I, donec iterum hasta AB parallela fiat ad horizontem. Q. E. D.

COROLLARIVM.

362. Si ex hasta horizontali suspensa pondera H & I sint paululum inaequalia, & pondus H sit maius pondere alio I, brachium CA descendet, & CB attolletur, pondusque I a centro motus magis recedet, quam aliud H, donec sit pondus H ad aliud I, ut EF est ad EG, in quo casu quiescet hasta, quia (314) dabitur aequilibrium. Haec libra itaque inclinata ostendit quodnam ponderum maius sit, ideoque hoc sensim imminuto, componetur libra in horizontalem situm, verumque pondus mercium indicabit. En igitur rationem, cur in mercium pondere ex- Tab. X. Fig. 4.

plorando ea libra soleat adhiberi, quae habet centrum motus paullo altius centro gravitatis hastae AB.

PROPOSITIO XX.

363. *Libram perfectam, aut instrumentum construere, in cuius extremitatibus appensa gravia aequalia aequiponderant in situ horizontali.*

Tab. X. Fig. 5. Invento centro gravitatis hastae AB, quod bifariam ipsam dividet, paretur exilis stylus CF, & frustum H eiusdem cum illo ponderis, primumque perpendiculariter in medio hastae AB ex parte superiori, alterum vero ex inferiori parte afferruminentur, ne dum hasta obliqua est, gravetur magis ex una, quam ex altera parte. Paullo supra centrum gravitatis hastae AB fiat exile foramen, per quod traiiciatur politus axis ex chalybe. Rursus parentur duae laminae DI, SO, quae prope D & S foramina habeant, & iunctae sint in OI, per foramina autem illa traiiciendus est axis librae. Hasta AB dicitur *Iugum*, acus CF *Lingula* appellatur, & laminae DI, SO *Trutina* dici solent, atque AD, DB librae *brachia* nuncupantur. Denique ex punctis A & B hastae AB suspendantur lances E & G, quae seorsim ponderatae, una cum chordis, aut catenis ex quibus pendent, eiusdem ponderis esse debent.

bent. Hac posita constructione, dico, quod si libra ex trutina DO suspensa, abscondatur lingula intra eandem; gravia lancibus imposita, atque aequilibrata, erunt aequalia inter se. Etenim suspensa libra ex puncto V, trutina DO perpendicularis (159) erit ad horizontem; sed (*ex hyp.*) absconditur lingula intra illam. Ergo & ipsa lingula perpendicularis erit ad horizontem. Sed eadem quoque lingula est perpendicularis hastae AB; Ergo eadem hasta AB parallela erit ad horizontem; sed quia centrum motus est supra punctum medium hastae AB, pondera aequilibrata aequidistabunt ab illo centro. Ergo (312) aequalia quoque inter se erunt. Q. E. D.

SCHOLION I.

364. Putant artifices imperiti ad constructionem perfectae librae non opus esse, ut eius brachia tum longitudine, tum etiam pondere sint aequalia, atque ut lances D & E eiusdem debeant esse ponderis; sed sufficere arbitrantur, ut brachium AD una cum lance E eiusdem ponderis statuatur cum DB brachio, & altera lance G. At quis non videt, hoc aequilibrium quoque dari, si lanx levior e longiori brachio sit suspensa, & contra lanx gravior e breviori? hoc autem posito aequilibrio, si aequalia pondera lancibus imponantur, utique ob inaequales distantias a centro motus, aequilibrium (319) non servabunt, sicque libra dolosa erit. Tab. X. Fig. 5.

SCHOLION II.

Tab. X. Fig. 5. 365. Vt autem detegi dolus queat, ponenda est initio merx in E, aequipondium vero in G, & postea merx in G, aequipondium vero in E, sicque aequilibrium destruetur. Si enim brachium AD longius fuerit quam DB, merx initio habebit momentum maius, ideoque cum pondere inaequali, & maiori in G aequilibrium (316) conservabit. Ponendo autem mercem in G, & pondus in E, hoc ob maiorem distantiam a centro motus, adquiret (319) momentum maius, & merx vicissim ob minorem distantiam, minus, atque adeo destruetur illico aequilibrium.

SCHOLION III.

366. Quamvis libra ad vectem primi generis reducatur, nihilominus eiusdem frictio circa axem notabilis esse debet, eaque adaugetur, quo magis iugum apprimitur eidem axi seu, quod idem est, quo appensa pondera sunt maiora. Iugum enim moveri nequit, quin ora foraminum axim radant; sed corpus unum radere aliud nequit, quin frictio aliqua oriatur, quae quidem eo est maior, quo corpus radens aliud comprimit vi maiori. Ergo iugum librae nequit dimoveri e situ horizontali quin frictio aliqua oriatur, quae quidem eo maior erit, quo magis iugum apprimitur eius axi, seu quo appensa pondera sunt maiora. CA-

CAPUT VI.

De trochlea, machinarum simplicium tertia.

DEFINITIO XI.

367. TRochlea est rota lignea, aut metallica BLED capsula LH inclusa, & convertibilis circa axiculum C. Cavam autem habet circumferentiam, ut per illam transeat ductarius funis ABLEP, cuius extremo uni adnectitur pondus A, alteri vero adhaeret potentia P. Tab. X. Fig. 7. 8.

DEFINITIO XII.

368. Trochlea *mobilis* illa est, quae sursum una cum pondere elevatur. Si autem trochlea tantum vertitur circa axiculum, ea *immobilis* dici solet.

SCHOLION I.

369. Quoties potentia P sustinet ope trochleae pondus A, eius pars inferior BDE ad sustentationem ponderis nihil confert; si enim illa destructa foret, non tolleretur ideo aequilibrium. Superior autem trochleae portio BLE unice regit funem, adeo ut si hoc adfixo in B & E, destrueretur postea eadem trochleae parte BLE, idem esse pergeret aequilibrium, dummodo sit superstes linea rigida BCE. Igitur trochlea BLED Tab X. Fig. 7. 8.

re-

reducitur tandem ad vectem BCE, fulcrum in C habentem, cuius extremitatibus B & E pondus, & potentia ad rectos angulos applicantur.

SCHOLION II.

370. Ne concussionibus trochlea subiiciatur, quae resistentiam quamdam creant, curandum est, ut trochleae axiculus adfixus rotae sit, atque una cum illa eodem tempore intra capsulam convertatur; sic enim trochlea movebitur circulariter, quin concussio aliqua oriatur. At si axiculus capsulae sit affixus, circaque ipsum immotum trochlea verti debeat; tunc quia axiculus amussim implere nequit rotae foramina per quae transit, ipsa circulariter non movebitur, sed concussiones aliquas patietur, quae sane augeri debent, quo magis trochlea usu detrita est; atque ob hanc causam trochlea istiusmodi nullius ferme commodi esse potest.

PROPOSITIO XXI.

Tab. X. Fig. 7.8. 371. *SI potentia P applicata immobili trochleae BLED, in aequilibrio sit cum pondere quovis A; potentia ponderi aequalis erit.*

Quoniam directiones ponderis, & potentiae circumferentiam trochleae tangunt in B & E,

& E, perpendiculares utique esse debent ad eius radios CB, CE. Iam vero praeter lineam rigidam BCE convertibilem circa C, partes reliquae trochleae nihil conferunt (369) ad sustentationem ponderis A. Ergo potentia P erit ad pondus A, ut distantia CB est (312. 309) ad distantiam EC. Sed CB est ipsi EC aequalis; ergo & potentia P aequabitur ponderi A. Q. E. D.

SCHOLION I.

372. Vnica ergo trochlea, quae tantum vertitur circa axiculum, vim potentiae non adauget, sed id commodi solum praestat, ut facilius potentia agat. Et revera, cum pondus extollimus absque trochlea, vis muscularis debet simul extollere brachia ipsa, quae absque dubio gravia sunt; at quando trochleam adhibemus, vis muscularis iungi solet ponderi brachiorum, commodiorque proinde fiet dati ponderis elevatio.

SCHOLION II.

373. Id etiam commodi praestat trochlea, quod per illam verticalis directio potentiae in horizontalem mutari queat, atque ita securitati trahentium prospiciatur. Si enim pondus H altius attollendum, trahentium capitibus immineret, utique fracto DE fune, illi in extremum vitae periculum adigerentur; verum si ope trochleae alterius EBI dire- Tab. X.
ctio verticalis in horizontalem BC conver- Fig. 9.
tere-

teretur, fracto fune DE, nil periculi est timendum. Quin & potentia, quae nequit trahere verticaliter, directione verticali in horizontalem conversa, elevando corpori applicabitur. Ita verticaliter trahere nequit equus, horizontaliter autem trahit; unde verticali directione in horizontalem mutata, pondus ab equo poterit elevari.

PROPOSITIO XXII.

Tab.XI. Fig. 1. 374. *SI linea directionis CD ponderis G transeat per centrum trochleae mobilis BLA, pondus autem G regatur partim a fune FA, qui haereat unco F, partim a fune RB, cui applicatur potentia P; eadem haec potentia erit ad pondus G, ut radius CA ad chordam AB, iungentem puncta contactuum A & B.*

Demittatur ex A ad funem RB perpendicularis AE. Quoniam partes trochleae BLA, BHA nihil conferunt ad sustentationem ponderis G, excepta rigida recta BA, sane perinde erit ac si bini funes RB, FA adfixi extremitatibus B & A rigidae rectae BA, essent in aequilibrio cum pondere G suspenso ex puncto O, ideoque si rectae RB, FA conveniant ad punctum D, eo etiam conveniet directio (344) ponderis G. Porro ob aequales tangentes BD, AD, radiosque pariter aequales CB, CA triangula CBD, CAD sunt

sunt mutuo aequilatera, ideoque angulus BDC aequabitur ADC; ergo etiam angulus BDO aequabitur ADO, quare ob rectas DB, DO respective aequales rectis DA, DO, etiam BO aequabitur ipsi AO, & angulus BOD aequabitur AOD, ideoque hi duo anguli recti erunt. Ob parallelas demum CB, AE, quae perpendiculares sunt ad RD, angulus BAE aequalis est alterno CBA; sed etiam angulus CAB, seu CAO aequatur eidem angulo CBA in triangulo isosceli BCA. Ergo angulus BAE aequabitur CAO; sed etiam rectus angulus BEA aequalis est recto COA. Ergo similia erunt triangula EBA, OCA, ac proinde AC erit ad AB, ut AO ad AE. Sed potentia P applicata funi RB, est ad pondus G suspensum ex puncto O, ut AO est (345) ad AE; ergo eadem potentia P erit quoque ad pondus G, ut radius AC ad chordam AB. Q. E. D.

PROPOSITIO XXIII.

375. *Si potentia P applicata trochleae mobili BLA, in aequilibrio sit cum pondere quovis G, funes autem RB, FA paralleli fuerint inter se; potentia P dimidia erit ponderis G.* Tab. XI. Fig. 2.

Quoniam funes RB, FA sunt (*ex hyp.*) paralleli, tanguntque trochleam in B & A, utique chorda BA iungens puncta conta-

ctuum

ctuum B & A , diameter erit trochleae BLA, atque adeo radius AC erit ad chordam AB, ut 1. est ad 2. Sed potentia P est ad pondus G, ut radius AC est (374) ad chordam AB. Ergo & potentia P erit ad pondus G, ut 1. est ad 2., hoc est eadem potentia P dimidia erit ponderis G. Q. E. D.

SCHOLION.

376 Quia trochlea cum unco suo, & capsula sustinetur a potentia trahente P, eius gravitas addenda est ponderi appenso G.

PROPOSITIO XXIV.

Tab. XI. Fig. 3. 377. *SI potentia P applicata polyspasto CDIM in aequilibrio sit cum pondere quovis B, funes autem CD, EL, GF, HI paralleli fuerint inter se; potentia P erit ad pondus B, ut unitas ad numerum funium eorundem.*

Cum funes omnes sint (*ex hyp.*) paralleli, ideoque a centris trochlearum suarum intervallo radiorum utrinque distent, nulla ratio esse potest, cur a pondere appenso B unus magis quam alter extendi queat. Iam vero hi funes sustinent pondus B; hoc igitur vi aequali omnes extendit funes, atque ita per eos dividi debet, unde si funes fuerint quatuor, perinde erit, ac si tantum pars quarta ponderis ex fune CD penderet. Atqui potentia P aequatur ponderi suspen-
so

so ex (371) fune CD; ergo potentia P in hoc casu non nisi quartam partem ponderis sustinebit seu, quod idem est, potentia ad pondus erit, ut unitas ad numerum funium, qui a pondere extenduntur. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

378. Quia numerus trochlearum superiorum, & inferiorum simul sumptarum aequalis est funium numero inferiores trochleas sustinentium; potentia P erit ad pondus B, ut unitas est ad numerum trochlearum.

COROLLARIVM II.

379. Datis ergo potentia, & numero trochlearum, invenietur etiam pondus B, si potentia per trochlearum numerum multiplicetur. Ita si absoluta potentia P sit 50. librarum, & quatuor trochleae adhibeantur, pondus B erit 200. librarum.

SCHOLION.

380. Vsus polyspasti insignis est in ponderibus elevandis, tum quia haec machina exiguum spatium tenet, atque huc illuc transferri commode potest, tum etiam quia insigni compendio virium ingentia pondera ope huius machinae elevantur.

PROPOSITIO XXV.

381. *SI potentia P applicata tribus mobilibus trochleis C, D, H, sit in aequilibrio* Tab XI. Fig. 4.
cum

cum pondere quovis K; dictis chordis AB, EF, GI, pondus K erit ad potentiam P in ratione composita ex ratione chordae AB ad radium BC, & ex ratione chordae EF ad radium FD, atque tandem ex ratione chordae GI ad IH radium.

Quoniam pondus K sustinetur partim ab unco N, partim ab unco R, pondus K erit ad partem ponderis, quam sustinet uncus R, ut chorda AB est (374) ad radium BC. Rursus haec pars ponderis suspensa ex unco R, erit ad ponderis partem illam, quam sustinet uncus T, ut chorda EF est (374) ad radium FD. Tandem pars ponderis, quae pendet ex unco T, est ad potentiam P, ut chorda IG est (374) ad radium IH. Sed pondus K est ad potentiam P in ratione composita ex ratione ponderis K ad partem ponderis sustentatam ex unco R, & ex ratione partis ponderis quam sustinet uncus R, ad eius partem, quam regit uncus T, atque tandem ex ratione partis ponderis sustentatae ab unco T, ad potentiam P. Igitur pondus K erit quoque ad potentiam P in ratione composita chordae AB ad radium BC, & ex ratione chordae EF ad radium FD, atque denique ex ratione chordae GI ad IH radium. Q. E. D.

COROLLARIVM.

382. Hinc si AB sit ad BC, ut 6. ad 1.;
& EF

& EF ad FD, ut 5. ad 1., tandemque GI ad IH, ut 4. ad 1.; Pondus K erit ad potentiam P in ratione composita ex ratione 6. ad 1. & ex ratione 5. ad 1., atque tandem ex ratione 4. ad 1. Sed ratio, quae componitur ex hisce tribus rationibus, eadem est ac ratio 120. ad 1. Igitur pondus K erit ad potentiam P, ut 120. ad 1., quare potentia unius librae huic machinae applicata, sustinebit 120. libras.

PROPOSITIO XXVI.

383. *SI potentia P applicata tribus mobilibus trochleis C, D, H, in aequilibrio sit cum pondere quovis K, funes autem OG, TE, RA paralleli sint funibus LI, MF, NB; potentia eadem P octava pars erit ponderis K.* Tab. XI. Fig. 5.

Quia paralleli sunt funes RA, NB, nec non TE, MF, atque OG, LI, chordae AB, EF, GI erunt diametri trochlearum mobilium C, D, H, ideoque chordae singulae ad suos radios habebunt rationem duplam. Cum itaque pondus K sit ad potentiam P (381) in ratione composita ex ratione chordae AB ad BC, & ex ratione chordae EF ad FD, atque tandem ex ratione chordae GI ad IH, consequens est, ut idem pondus K sit ad potentiam P in triplicata ratione 2. ad 1. sive ut 8. ad 1. Vicissim ergo potentia P erit ad pondus K,

ut 1. ad 8., hoc est potentia P octava pars erit ponderis K. Q. E. D.

COROLLARIUM.

384. Si quatuor trochleis mobilibus uteremur, eodem ratiocinio (383) constaret, pondus esse ad potentiam sustinentem in ratione quadruplicata 2. ad 1., sive ut 16. ad 1. Et si trochleae mobiles quinque forent, esset pondus ad potentiam in ratione quintuplicata 2. ad 1., hoc est in ratione 32. ad 1., & sic deinceps. Itaque generatim numerus mobilium trochlearum exponit quantum ratio ponderis ad potentiam multiplex esse debeat rationis 2. ad 1.

SCHOLION I.

385. Quoniam huc usque egimus de potentia, quae trochleae immobili applicata, est in aequilibrio cum pondere quopiam dato, nulla fuit habita ratio frictionis, quam trochlea pati solet dum convertitur circa capsulam. At si de elevando corpore sermo sit, tunc frictio est ad calculum revocanda, ne in errorem aliquem inducamur. Experientia vero constat, eo maiorem frictionem esse, quo magis trochleae axiculus apprimitur ipsi capsulae, seu, quod idem est, quo maius est pondus, quod ope trochleae elevatur. Eadem quoque frictio crescit, quo partes axiculi, quae foramen capsulae radunt, circa illud citius conver-

tun-

tunrur. Itaque, caeteris paribus, eo minor erit frictio, quo trochlea maior est, & quo minor est axiculus, cum quo trochlea verti solet.

SCHOLION II.

386. Aliam quoque resistentiam superare potentia debet, dum trochleis pondus elevat. Cum enim funis qui trochleae circumvolvitur, non sit perfecte flexibilis, non exigua pars potentiae successive insumi debet ad illum ita incurvandum, atque flectendum, ut trochleam amplecti queat. Hanc funium resistentiam metiri conati sunt praestantissimi viri Amontons, atque Desaguliers, qui experimentis pluribus institutis invenerunt, illam, caeteris paribus, eo minorem esse, quo trochleae sunt maiores, & quo magis exigui, atque usu detriti sunt funes, qui trochleae obvolvuntur.

CAPVT VII.

De axe in Peritrochio, Machinarum simplicium quarta.

DEFINITIO XIII.

387. AXis *in Peritrochio* est cylindrus EMF, qui *Axis* etiam appellatur, cui adnexa est rota HLOS *Peritrochion* graece dicta. Haec vertitur baculis A & D, qui etiam *scytalae* dici solent. Tab. XII Fig. 1.

SCHOLION.

Ut hac machina pondus aliquod elevetur, axi funis adnecti debet, & funi pondus. Deinde potentia ita applicanda est rotae, ut ea circa axem, hic vero circa se ipsum converti possit; tunc enim funis axi circumplicatur, atque interea extollitur pondus G. Frequenter in hac machina sine scytalis adest rota instar tympani efformata, intra cuius cavitatem homines ambulando, rotam atque axem vertunt, sicque elevant pondus datum. Haec machina *Geranium* dicitur, soletque saepius adhiberi ad transferendas naves e demissiori alveo in altiorem. Quandoque axi in peritrochio etiam deest
Tab.XII rota, eius tamen loco substituuntur scytalae,
Fig. 2. 3. aut manubria A & B; commodior namque est manubrii usus ad axem machinae convertendum.

DEFINITIO XIV.

Tab.XII Fig. 1. 2. 388. Si axis EMF parallelus fuerit horizonti, tunc axis in peritrochio *Sucula* appellatur, at si axis fuerit verticalis, *Ergata* dici solet.

SCHOLION I.

Sucula inservit ponderi elevando, ergata autem trahendo. Si sit sucula adhibenda in aedificiis construendis, ea instrui debet bi-
Tab.XII Fig. 3. nis manubriis AE, FB, ad quae potentiae ap-

applicantur, ac praeterea ille funis, qui ipsi circumplicatur, sustinere debet cophinum H cum pondere L, ut hae ratione calx, saxa, & marmora promptius attollantur. Qui vero ergata uti solent ad transferenda pondera supra planum, illis supponunt cylindrulos ligneos C, A, B, ut ita frictio minuatur; si enim pondus radendo incederet supra planum, superanda frictio esset, quae observante D. Desaguliers, trienti ferme ponderis est aequalis. Tab.XII Fig. 4.

SCHOLION II.

389. Vis manus applicata manubriis AE, FB, diversa est in quavis parte circuli, quem describit. Et sane 1.° minima est vis manus, dum horizontaliter manubrium trahit. 2.° Semper crescit manubrio descendente, nunquam tamen humani corporis pondus aequat. 3.° Maxima est vis manus, si manubrium elevandum altitudinem poplitum non excedat. 4.° Manubrio ascendente, vis manus minui semper solet. Et sane observavit D. Desaguliers, quod si homo ponderans 140. libras Parisienses, applicetur manubrio alicuius machinae, in qua vis manus, & pondus eodem tempore per aequalia spatia promoventur, circumferentia autem circuli quem describit, in quadrantes quatuor dividatur; eadem vis manus in altiori circuli huius puncto valet parisienses libras 27., quadrante autem primo circuli abso- Tab.XII Fig. 4.

luto, eſt librarum circiter 130. Eadem quoque vis manus in infimo puncto circuli valet 160. libras, & quadrante tertio abſoluto, ad 30. libras circiter ſe extendit. Si ergo hi numeri colligantur in unam ſummam, atque haec per quatuor dividatur, prodibit in quotiente vis media manus manubrium circumagentis, librarum pariſienſium ſcilicet 86. $\frac{1}{4}$. Hoc igitur erit pondus, quod homo ille poterit elevare, ſi tota ſua vi indeſinenter manubrium vertat. Verum quia ſaepe debet ipſe quieſcere, ut reſpiret, utique eius manus amittet vim acquiſitam in fortiori circuli loco, antequam accedat ad debiliorem, ſicque permittet corpori, ut deſcendat. Praeterea ut vis manus elevet pondus datum, eius directio huiuſmodi eſſe debet, ut ſemper tangat circumferentiam circuli, quem deſcribit, quod in praxi minime obtinetur. Igitur ob has cauſas experimentales phyſici detexerunt, vim manus, quae indeſinenter manubrium vertit, elevare vix poſſe 30. libras pariſienſes. Caeterum ſi duo homines applicentur eodem tempore binis manubriis AE, FB contrario ordine collocatis, facilius elevabunt ſimul 70. libras, quam illorum alteruter 30. libras. Nam dum minima eſt vis manus applicatae manubrio FB, viciſſim maxima erit altera, quae circumagit aliud AE, ſicque unus homo alteri opem feret.

Tabula XII. Fig. 3.

PRO-

PROPOSITIO XXVII.

390. *SI vis manus scytalae applicata, ope axis in peritrochio elevet pondus G; momentum illius ad illud ponderis erit, ut factum ex vi illa in scytalae longitudinem, ad factum ex pondere in axis radium.* Tabula XII. Fig. 1.2.

Vis manus scytalae applicata, tantundem assolet promoveri in una machinae conversione, quanta est circumferentia, cuius radius est scytala ipsa AC, tantundem vero extollitur pondus G, quantum funis tractorii illud est, quod circumplicat semel axem. Ergo spatium vis manus ad illud ponderis erit, ut circumferentia, cuius radius est AC, ad axis circumferentiam, sive ut longitudo scytalae ad radium axis. Sed momentum vis manus est ut factum ex eadem vi in spatium, quod dato tempore (329) absolvit iuxta propriam directionem, momentum vero ponderis est ut factum ex pondere ipso in spatium eodem illo tempore absolvendum contra propriam directionem. Ergo momentum vis manus scytalam circumagentis, ad momentum ponderis erit, ut factum ex vi illa in scytalae longitudinem, ad factum ex pondere in axis radium. Q. E. D.

COROLLARIVM.

391. Quod si vis manus ad pondus fuerit, ut radius axis ad scytalae longitudinem; tunc factum ex illa vi in scytalae longitudinem aequale erit facto ex pondere in axis radium, ideoque momentum vis manus manubrium circumagentis, aequale erit ponderis G momento, atque ita dabitur aequilibrium.

SCHOLION I.

392. Vt vis huius machinae intimius percipiatur, libet rem totam exemplo aliquo illustrare. Sit scytalae longitudo parisiensium pedum 2., radius vero digitorum 2. Cum pes unus ex 12 constet digitis, duo pedes continebunt digitos 24., quare scytalae longitudo erit ad axis radium, ut 24. ad 2., sive ut 12. ad 1. Vnde si vis manus fuerit librarum 86., ea profecto huic machinae applicata, aequilibrabitur cum pondere librarum 1032. Nam vis manus est ad pondus, ut 86. ad 1032., sive ut 1. ad 12.; sed etiam axis radius est ad scytalae longitudinem, ut 1. ad 12. Ergo vis manus ad pondus erit, ut radius axis ad scytalae longitudinem, ideoque (391) dabitur aequilibrium.

SCHOLION II.

393. Haec quoque machina ad vectem reduci

duci poteſt. Si enim rota exponatur circulo AIS, axis autem concentrico alio circulo TKO; liquet, quod dum potentia applicata in R iuxta directionem tangentis AF deprimit illam rotam, perinde eſt hac ſi directe applicaretur horizontali vecti AL, habenti fulcrum in C, atque attolleret pondus G. Quoties igitur potentia in A eſt ad pondus G, ut radius axis CL ad radium rotae AC, neceſſario dabitur (315) aequilibrium. Si vero eadem potentia deſcendat ex A in H, ibique deprimat rotam verticaliter iuxta HV, quae producta occurrat horizontali vecti in R; tunc diſtantia potentiae a centro motus C definietur recta RC, ideoque momentum eius in H ad momentum ipſius in A erit, ut diſtantia RC eſt (321) ad diſtantiam AC. Sed recta RC minor eſt recta AC; ergo & momentum potentiae in H minus erit momento eiuſdem in A. Momentum ergo potentiae diminuitur, deſcendente illa ex A in H, ſicuti viciſſim augeri debet, aſcendente potentia ex H in A. Idem quoque accidit in *Geranio*, ubi hominis pondus verticaliter rotam premens, potentiae vices gerit; quare aſcendente homine ex H in A, eiuſdem momentum augeri debet, & ſi homine ſtante in H, ſit cum pondere aequilibratum, aſcendente illo ex H in A, potentia vincet pondus.

Tabula XIII. Fig. 1.

SCHO-

SCHOLION III.

394. Posito aequilibrio in hac machina, ut potentia acquirat momentum maius, & facilius superet resistentiam, curandum est 1.° Vt scytalae, aut manubria sint longiora quoad fieri potest; sic enim augebitur potentiae spatium, eiusque proinde momentum (329) crescet. 2.° Exiguam crassitiem axis habere debet, quanta scilicet opus est ad pondus corporis sustentandum; hoc enim pacto spatium ponderis minuetur, atque (329) eius momentum ideo minus erit. 3.° Funis qui axi circumplicatur, debet esse validus, & exiguus, ut facilius axim amplecti (386) queat. 4.° Tandem maxime est cavendum, ne dum funis axi circumplicatur, supra obvolutum alium funem cadat; alioquin hoc modo aucta crassitie axis, etiam spatium ponderis augeretur, atque (329) inde cresceret eius momentum.

SCHOLION IV.

Tabula XIII. Fig. 2. 395. Ad axem in peritrochio revocatur *spiralis conus*, cui cum tenditur horologium, circumplicatur catenula tali pacto. Intra metallicum tympanum clauditur elasterium S, cuius puncto G haeret catenulae una extremitas, altera vero figitur puncto E spiralis coni EL. Cum horologium concitandum ad motum est, posita clavi in B, rotatur conus circa axem AB, atque ita catenula,

quae

quae, horologio quiescente, circumplicata tympano erat, obvolvitur ipsi cono, & sic tenditur elasterium, quod cum expandere se nitatur, tympanum intus premit, illudque circa proprium axem rotare cogit. Potentia itaque est elasterii ipsa vis, quae ope catenulae applicatur initio puncto K, inde vero reliquis F & E, adeo ut successive removeatur ab axe AB. Resistentia, quae hic ponderis locum tenet, sunt horologii rotae omnes movendae ab unica rota EH, ideoque potentiae momentum erit (390) ut factum ex elasterii vi in radium coni in loco K, & perventa catenula ad punctum F, momentum potentiae erit (390) ut factum ex vi elasterii in radium coni in loco F, & sic porro. Quia vero in ea ferme ratione vis elasterii minui solet, qua coni radius augetur, momentum vis elasterii idem ferme est in punctis K, F, E, atque adeo spiralis conus aequabiliter verti debet, & motus pariter horologii pro aequabili sumi potest.

CAPUT VIII.

De Cochlea, Machinarum simplicium quinta.

DEFINITIO XV.

396. Cylindrum rectum spirali similiter sulcatum *Cochleam* vocant, & quidem *Marem* si sulcata superficies convexa sit, *Foemi-*

minam vero, si concava. Debet autem mas cochlea ita foeminae conformis esse, ut illius eminentiae huius cavitatibus plane congruant.

SCHOLION.

Tabula XIII. Fig. 3. 397. Vtimur cochlea ad corpus aliquod comprimendum, uti apparet in torculari EHF, quod communiter adhibetur ad oleum ex plantarum seminibus exprimendum, vel ab uvis iam contusis succum residuum educendum. Quandoque utimur etiam cochlea Tabula XIII. Fig. 4. ad elevandum aliquod pondus G. Sive autem corpus aliquod ope cochleae comprimatur, aut elevetur, semper cochlea mas LD matrici EH inseritur, qua immota manente, scytalis AL, BL circumducitur cochlea mas LD, quae proinde in primo casu deprimi semper debet, & contra in altero elevari, & rapere secum pondus.

PROPOSITIO XXVIII.

Tabula XIII. Fig. 4. 398. D*Vm vis manus scytalae AL cochleae applicata, elevat pondus G, eius momentum ad illud ponderis erit, ut factum ex illa vi in circumferentiam, cuius radius est scytalae longitudo, ad factum ex pondere G in binarum helicum intervallum.*

In una cochleae conversione tantundem promoveri solet vis manus scytalae applicata,

cata, quanta eſt circumferentia, cuius radius eſt ipſa ſcytalae longitudo; tantundem vero pondus G elevatur, quantum eſt binarum helicum intervallum. Sed momentum vis manus ſcytalam circumagentis eſt ad momentum ponderis, ut factum ex vi illa in eius ſpatium, ad factum ex pondere (329) in ſpatium ſuum. Ergo etiam momentum vis manus ſcytalam circumagentis, ad momentum ponderis erit, ut factum ex illa vi in circumferentiam, cuius radius eſt ipſa ſcytalae longitudo, ad factum ex pondere in binarum helicum intervallum. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

399. Quod ſi vis manus fuerit ad pondus G, ut binarum helicum intervallum ad circumferentiam, cuius radius eſt ipſa ſcytalae longitudo, tunc factum ex illa vi in circumferentiam aequale erit facto ex pondere in binarum helicum intervallum. Ergo momentum vis manus aequale erit ponderis G momento, atque ita dabitur aequilibrium.

COROLLARIUM II.

400. Quo ergo maior eſt ſcytalae longitudo, & quo minus eſt duarum helicum intervallum, momentum vis manus eo maius erit, & contra, illud ponderis erit minus.

SCHOLION.

401. Quantum vero augeri debeat in hac machina vis potentiae, sequenti exemplo aperiemus. Sit longitudo scytalae parisiensium pedum 3., & digiti unius binarum helicum intervallum. Quoniam pedes singuli 12. constant digitis, utique longitudo scytalae quae est 3. pedum, erit quoque digitorum 36. Sed circumferentia circuli est ferme sextupla eius radii. Ergo circumferentia cuius radius est ipsa scytalae longitudo, quamproxime erit 216. digitorum, haecque proinde erit ad binarum helicum intervallum, ut 216. ad 1. Cum autem homo scytalae applicatus, ipsam horizontaliter brachiis a se pellat, vis eius manus erit (294) librarum parisiensium 27., ideoque factum ex illa vi in circumferentiam a scytala velut radio descriptam, erit 5832. Similiter si pondus fuerit librarum 5832., factum ex pondere in binarum helicum intervallum erit 5832. Ergo cum primum factum alteri sit aequale, momentum quoque vis manus aequabitur (398) momento ponderis, atque ita etsi vis manus valeat tantum 27. libras parisienses, huic tamen machinae applicata, sustinebit parisienses libras 5832.

SCHOLION II.

402. Quotiescunque est in hac machina aequilibrium, illud utique tolli nequit, etiamsi po-

potentia paululum augeatur; etenim superanda etiam frictio est, quae in cochlea maxima esse solet. Siquidem quia mas cochlea foeminae sic inseritur, ut pars parti apte respondeat, consequens est, ut pondus aliquod nequeat ope cochleae elevari, quin mas cochlea super quiescentem foeminam ita incedat, ut illius eminentiae huius cavitates perpetuo radant, sicque frictio maxima oriatur.

SCHOLION III.

403. Id autem commodi habet cochlea ex frictione, quod nempe ipsa minime retrocedat, etsi potentiae actio cesset, quod quidem in aliis machinis non succedit; in illis siquidem cadit pondus statim ac potentia sustinens removetur. Huius autem phoenomeni ratio est, quia pondus ope cochleae elevatum, deorsum trahit cochleam verticaliter, illa autem vicissim nequit descendere nisi oblique, iuxta scilicet directionem helicum, quas ipsa habet. Cum autem directio helicum ab horizontali parum abludat; liquet, quod si vis ponderis prementis helicem dividatur in duas vires, quarum altera ad helicem sit normalis, altera parallela, utique haec exigua prorsus erit. Sed hac vi sola urgetur cochlea ad descensum; ergo si a cochlea superanda sit exigua frictio, ea minime retrocedet.

CA-

CAPVT V.

De cuneo, machinarum simplicium sexta.

DEFINITIO XVI.

Tabula XIII. Fig. 5. 404. *Cuneus* est prisma triangulare EGKBS, cuius plana opposita sunt triangula isoscelia GEO, KSB. Altitudo EV trianguli GEO vocatur cunei *Altitudo*, eiusque basim GO vocant cunei *Latitudinem*. Denique recta ES, quae triangulorum vertices iungit, dicitur *Acies* cunei, & plana EOBS, EGKS cunei *Facies*, seu *Latera* nuncupantur.

SCHOLION.

Tabula XIII. Fig. 6. 405. Ligno findendo acies cunei sequenti methodo applicatur. Sit ACB planum cunei, qui faciebus AC, BC tangat ligneam scindendam molem. Malleo percutiatur cuneus in puncto medio N secundum directionem NP, ipsi AB normalem, quae transibit per verticem C trianguli isoscelis ACB. Hoc peracto, ita cuneus debebit adigi intra lignum, quasi promoveretur super duo plana lignea SC, HC aequaliter inclinata ad verticalem rectam NC, atque adeo etiam ad horizontem. Haec itaque duo plana aequaliter, & (178) perpendiculariter ab eodem cuneo premi debent.

De-

DEFINITIO XVII.

406. Semicuneus eſt priſma triangulare EDBAC, cuius oppoſita plana ſunt triangula iſoſcelia rectangula in A & E. Vnum ex hiſce planis eſt triangulum ABC, alterum vero eſt, quod ipſi opponitur. Tabula XIII. Fig. 7.

SCHOLION.

407. Solet ſemicuneus inſervire ponderi elevando ad exiguam altitudinem, idque perficitur tali modo. Iaceat grave H inter planum verticale FG, & verticem ſemicunei. Idem poſtea ſemicuneus ita horizontaliter a potentia aliqua promoveatur, ut eius vertex tendat ex C in G; liquet (ſumpta LC ipſi CG aequali, & erecta verticali LS) grave H contra propriam directionem deſcripturum eodem tempore ſpatium LS.

PROPOSITIO XXIX.

408. *SI potentia aliqua ſemicuneo applicata, elevet pondus datum; eius momentum ad momentum huius erit, ut factum ex potentia in ſemicunei altitudinem ad factum ponderis in latitudinem eius.*

Dum ſemicuneus promovetur ex C in G, hoc eſt dum potentia cuneo applicata, deſcribit ſpatium CG, aut ipſi aequale LC iuxta propriam directionem, grave H contra Tabula XIII. Fig. 7.

O pro-

propriam directionem describit (407) spatium LS. Igitur spatium potentiae ad illud ponderis erit, ut recta LC ad LS; sed LC est ad LS, ut AC ad AB. Ergo etiam spatium potentiae ad spatium ponderis erit, ut AC est ad AB; sed momentum potentiae est ad illud ponderis, ut factum ex potentia in eius spatium iuxta propriam directionem, ad factum ex pondere (329) in eius spatium contra propriam directionem. Ergo & momentum potentiae semicuneo applicatae, erit ad ponderis H momentum, ut factum ex potentia in AC, quae est semicunei altitudo, ad factum ex pondere in AB, quae est semicunei latitudo. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

409. Quod si potentia sit ad pondus, ut semicunei latitudo AB ad eiusdem altitudinem AC; tunc factum ex potentia in altitudinem aequale est facto ex pondere in latitudinem semicunei, ideoque aequalia erunt momenta ponderis, & potentiae, atque ita dabitur aequilibrium.

COROLLARIVM II.

410. Si manente semicunei altitudine AC, minuatur latitudo ipsius AB seu, quod idem est, si acutior fiat angulus BCA; tunc factum ex pondere in AB, hoc est ponderis H momentum, momento potentiae minus erit. Haec ergo ponderi praevalebit.

PRO-

PROPOSITIO XXX.

411. *Manente aequilibrio inter resistentiam ligni, & potentiam directe cuneo applicatam, potentia cunei absoluta est ad resistentiam findendi ligni, ut dimidia cunei latitudo ad eius latus.*

Malleo percutiatur cuneus in latitudinis medio puncto N vi, & directione NP, perpendiculari scilicet ad AB, quae producta transibit (405) per punctum C. Deinde ad plana SC, HC demittantur ex N perpendiculares NO, NR, compleaturque parallelogrammum NDPG diagonalem habens NP. Dum vi absoluta NP adigitur cuneus intra lignum, aequaliter atque ad angulos rectos premit (405) lignea plana SC, HC; sed cunei vis NP aequipollens est binis viribus ND, NG, quae (*ex constr.*) sunt perpendiculares ad illa plana. Igitur dum cuneus intra lignum adigitur vi NP, premit plana lignea SC, HC viribus ND, NG, quae proinde aequales erunt. Porro hisce viribus conatur cuneus partes ligni invicem separare; manente itaque aequilibrio, resistentia ligni aequivalere debet illis duabus viribus simul sumptis, sive alterutri bis sumptae, ob ambarum aequalitatem. Cum autem in triangulo rectangulo ANC ex angulo recto N demissa sit ad AC perpendicularis NO, uti- Tabula XIII. Fig 6.

O 2 que

que angulus NAO aequabitur ONC, seu DNP. Eandem ob causam in triangulo rectangulo BNC angulus NBC aequabitur RNC, seu GNP, aut sibi alterno angulo NPD ob parallelas NG, DP. Ergo triangulum NDP simile erit alteri ACB, atque NP ad ND erit, ut AB ad AC, & consequentia duplicando, NP erit ad duplam ND, ut AB ad duplam AC, sive ut dupla AN ad duplam AC, aut ut AN ad AC. Sed potentia cunei absoluta est ad resistentiam ligni, ut NP ad duplam ND; ergo erit quoque ut dimidia cunei latitudo AN ad ipsius latus AC. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

412. Manente igitur cunei latere AC, seu BC, si eius latitudo AB minuatur, seu si minor fiat angulus ACB; tunc perfectior evadit cuneus ACB, seu minor potentia opus est ad aequilibrium faciendum. Diminuta siquidem recta AB minor quoque evadet altera recta AN, quae medietas est AB, ideoque minuetur ratio AN ad AC; igitur minuetur quoque potentiae ratio (411) ad resistentiam. Sed resistentia eadem semper est; ergo potentia, quae est cum illa aequilibrata, evadet minor.

COROLLARIUM II.

Tabula XIV. Fig. 1. 413. Hinc si latera cunei referant duae curvae HZ, BZ inter se similes, & aequales,

les, ac se tangentes in puncto Z, prodibit cuneus perfectissimus. Curvarum HZ, BZ capiantur hinc inde arcus infinite parvi ZC, ZO, ducaturque communis tangens ZS, occurrens ipsi HB in S. Constat ex dictis, quod curva HZ spectari potest velut polygonum ex infinitis, atque infinite parvis lateribus rectis constans, quorum unum, veluti ZC, constituit cum tangente ZS infinitesimum angulum CZS. Eodem modo constabit, infinite parvum fore etiam angulum OZS; igitur infinite parvus erit etiam totus angulus CZO. Sed quo cunei angulus minor est, eo perfectior (412) cuneus esse debet; ergo cum infinite parvus sit angulus CZO, perfectissimus quoque erit cuneus HZB.

COROLLARIUM III.

414. Quare cum *Novacula* sit instar cunei habentis latera curvilinea, erit ea cuneus perfectissimus, ideoque cohaerentiam pilorum debet tam celeriter separare, ut exigui doloris ideam in nobis excitet.

COROLLARIUM IV.

415. Non itaque est mirandum, si rostra, & ungues avium nonnullarum, quae nempe vivere rapto solent, efformata sint instar cunei habentis latera curvilinea; illas enim natura provida sic munivit, ut inde fierent aptiores ad volatilia alia depraedanda.

SCHOLION I.

416. Stante aequilibrio inter potentiam cuneo applicatam, & resistentiam ligni, illud minime destruetur, etiam si potentia paululum augeatur. Cum enim utraque facies cunei scabra sit, nec pariter scabritie careant ligni partes invicem separandae; cuneus nequit adigi intra lignum, quin maxima fiat frictio, a vi cunei superanda.

SCHOLION II.

417. Caeterum ad cuneum revocantur omnia ferme artificum instrumenta, & quidem 1.° *Ascia* & *Securis*, quibus utimur ad scindenda, & findenda ligna. 2.° Omne *Scalprorum* genus, quibus *Sculptores*, *Caelatores*, atque *Lignarii Fabri* uti solent. 3.° Omnia demum *Cultra*, *Enses*, *Clavi* etiam, & *Pugiones*, atque alia huiusmodi instrumenta, ad separandas partes corporis adinventa.

CAPVT XI.

De dentatis rotis, & compositis Machinis inde ortis.

DEFINITIO XVIII.

418. ROta dentata est, cuius circumferentia dividitur in determinatum numerum aequalium dentium, & aeque distantium inter se.

SCHO-

SCHOLION.

419. Olaus Roemerus cum Parisiis ageret, demonstravit, figuram dentium in rotis epicycloidalem esse debere, ut minima evadat frictio. Idem ostendit postea etiam D. de la Hire. Hanc vero figuram dentium non esse in praxi receptam, maxime dolet Wolfius.

DEFINITIO XIX.

420. Cum plures dentatae rotae ita invicem connectuntur, ut una in alias agens, circulariter ipsas moveat; machina inde genita *ex dentatis rotis composita* dici solet.

SCHOLION.

421. Machinarum ex dentatis rotis compositarum est ferme numerus infinitus. Construi autem solent ad partes temporis indicandas, ad polienda vitra, ad contusionem granorum, ex quibus olea exprimuntur, atque ad innumeros alios usus, humanae vitae admodum necessarios. Ego vero consulens brevitati ad nonnullas tantum machinas me converto, quae vel ex dentatis unice constant rotis, vel compositae sunt ex trochlea, aut cochlea rotis iuncta; harum namque viribus adinventis, pronum erit eadem methodo reliquarum quoque vires expendere, & mensurare.

DEFINITIO XX.

Tabula XIV. Fig. 2. 422. Si axes A, H, E, G mutuo sint aequales, iique (excepto extremo G) habeant singuli 10. dentes, quibus moveant aequales rotas totidem S, N, F dentibus 100. praeditas; machina inde consurgens *Pancratium* dicitur a Stevino.

SCHOLION.

423. Vt vero hac machina pondus aliquod elevetur, vis manus applicanda est manubrio CDL, cuius longitudo CD decupla esse debet radii axis A, sive huic aequalium H, E, G. Pondus vero suspendi debet ab axe extremo G.

PROPOSITIO XXXI.

424. *SI Pancratium ex axibus quatuor constet, spatium vis manus erit ad illud ponderis eodem tempore absolutum, ut* 10000. *ad* 1.

Tabula XIV. Fig. 2. Dum vis manus applicata in D, semel circumagit manubrium CDL, semel quoque revolvitur axis A; ergo spatium a vi manus percursum, erit ad spatium absolutum a singulis dentibus axis A, sive ab axe A, ut circumferentia, quae describitur a vi manus, ad circumferentiam axis A, sive ut manubrii longitudo ad radium axis A sive (423) ut 10. ad 1. Igi-

1. Igitur ſpatium vis manus decuplum eſſe debet ſpatii axis A. Sed cum ſint 10. dentes in axe A, & 100. in rota S, decies revolvitur axis A, dum ſemel vertitur rota S, ſive axis H; ergo ſpatium vis manus centuplum erit ſpatii axis H. Sed eandem ob cauſam decem revolutiones conficit axis H, dum unam complet rota N, ſive axis E; ergo ſpatium vis manus millecuplum erit ſpatii axis E. Eodem ratiocinio etiam conſtabit, ſpatium axis E decuplum eſſe ſpatii percurſi ab axe G, ſive a pondere P; igitur ſpatium vis manus applicatae manubrio in D, decem millecuplum erit ſpatii percurſi a pondere P. Quare ſpatium vis manus ad illud ponderis erit, ut 10000. ad 1. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

425. Hinc ſi potentia, quae tantum ſuſtinet libram unam, huic machinae applicetur, ea ſuſtinebit pondus 10000. librarum. Potentia ſiquidem eſt ad pondus, ut 1. ad 10000.; ſed ſpatium ponderis eſt (424) ad ſpatium potentiae, ut 1. ad 10000. Ergo potentia erit ad pondus, ut huius ſpatium ad ſpatium potentiae, atque ita (330) dabitur aequilibrium.

COROLLARIUM II.

426. Simili modo conſtat, quod ſi haberet machina quinque axes, qui eſſent ad ro-

tas in eadem positi proportione; potentia unius librae regere posset pondus 100000. librarum; si vero haberet sex axes, sustentaret pondus librarum 1000000., & sic deinceps. Itaque generatim ut librae ponderis, quas potentia sustinet, innotescant, praemittenda est unitas tot cyphris o, quot ipsa machina axes habet; atque ita si in hac machina forent 50. axes, potentia unius librae sustinere posset tot libras, quot exponere solet unitas 50. cyphris o praemissa. Porro iuxta calculum Archimedis, iste numerus tam enormis non maior est numero arenularum, quae implerent mundi spatium universum; ergo cum Formica possit unum granum arenulae elevare, illa huic machinae applicata, elevare posset integrum universum arenulis illis plenum. Non itaque est mirandum, si solebat dicere Archimedes, a se motum iri integrum universum, si pedem posset figere extra mundum.

Dic ubi consistam, coelum, terramque movebo.

DEFINITIO XXI.

Tabula XIV. Fig. 3. 427. Si axis dentatus B moveat dentatam rotam C, haec autem EN cylindrum, indeque trochleas L & H, ope ductarii funis ELHSI; prodibit machina a D. Padmore Bristolii inventa, quae & ingentia pondera ad altitudinem magnam elevat, & de loco ad locum commode transferri potest.

SCHO-

SCHOLION.

428. Axis dentatus B in hac machina aequatur alteri axi EN, cui circumplicatur funis LE. Numerus quoque dentium rotae C debet vigesies maior esse numero dentium axis B. Longitudo demum FO manubrii AOF dupla esse solet radii axis B vel EN.

PROPOSITIO XXXII.

429. *Si in machina a D. Padmore inventa, vis manus applicata manubrio AOF* Tabula XIV. *elevet pondus P; spatium vis manus erit ad* Fig. 3. *spatium ponderis eodem tempore absolutum, ut 80. est ad 1.*

Cum numerus dentium rotae C vigesies (428) maior sit dentium numero axis B, utique dum axis B, seu vis manus applicata manubrio in A, vigesies vertitur circa F, semel revolvitur rota C, sive axis EN, cui funis circumplicatur. Quare spatium vis manus erit ad spatium a fune LE descriptum eodem tempore, ut viginti circumferentiae quarum radius est OF, ad unam circumferentiam axis EN; sed circumferentia radio OF descripta, dupla est circumferentiae (428) axis EN. Ergo spatium vis manus erit ad illud funis ut 40. est ad 1. hoc est primum spatium quadragies altero maius erit. Verum dum pondus P ascendit per

spa-

ſpatium, ipſiHL aequale, funis partes aequales IS, LH tranſeunt per L trochleam, atque adeo ſpatium funis LE duplum erit ſpatii ponderis P. Ergo ſpatium vis manus octuagies maius erit ſpatio ponderis P, hoc eſt primum ſpatium erit ad alterum, ut 80. ad 1. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

430. Hinc ſi vis manus manubrio applicata in machina, ubi ſpatium potentiae ſemper aequale eſt ponderis ſpatio, regere tantum poſſet 30. libras; ipſa huic machinae applicata ſuſtineret pondus 2400. librarum. Nam pondus eſſet ad vim manus, ut 2400. ad 30., ſive ut 80. ad 1.; ſed etiam ſpatium vis manus foret in hac machina ad ſpatium ponderis, ut 80. ad 1. Ergo pondus eſſet ad vim manus, ut huius ſpatium ad ſpatium illius, ideoque inter potentiam & pondus (330) daretur utique aequilibrium.

COROLLARIUM II.

431. Conſtat autem (389) vim manus hominis poſſe aliquandiu manubrium vertere, unaque attollere pondus 30. librarum pariſienſium in illa machina, in qua ſpatium potentiae aequale eſt ponderis ſpatio. Ergo homo ille huic machinae applicatus, poſſet attollere 2400. libras pariſienſes; atque ita ſi duo homines huic machinae applicentur, elevare utique poſſunt 4800. libras pariſienſes.

PRO-

DEFINITIO XXII.

432. Si cochlea IO iuncta sit dentatis rotis GF, HD; prodibit *compositum Torcular*, ad comprimenda corpora maxime accomodatum. Tab. XV. Fig. 1.

SCHOLION.

433. Haec autem machina sic construitur. Verticali cylindro RR aptatur tum scytala AB 1. $\frac{1}{4}$ cubitis longa, tum curriculum E, 12. fusis praeditum, quae moveant dentatam rotam DH habentem pro diametro duos cubitos, dentes vero 36. Rursus huic rotae dentatae HD adnexum est curriculum aliud C 16. constans fusis, quorum longitudo se extendit ad cubitos 1. $\frac{1}{4}$. Denique haec fusa movere debent dentatam aliam GF rotam cochleae IO insertam, quae habet dentes 48., & diametrum 3. $\frac{1}{2}$ cubitorum. Haec autem machina a Clar. Ioanne Maria Lampredio inventa est, cum Illustrissimus, atque Excellentissimus Dominus Caietanus Antinorius non tantum gravissimorum Munerum dignitate, sed & bonarum Artium Studio conspicuus ab eo aliquid novi exposceret ad effugienda communium Torcularium incommoda. Cum autem machinam huiusmodi caeteris omnibus torcularibus praestare noverit, eam ruri ad oleum, vinumque exprimendum applicari iussit.

PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

434. *Potentia, quae in composito torculari aequilibratur cum comprimendi corporis resistentia, est nona pars eius, quae necessaria est ad idem praestandum in communibus torcularibus.*

Tabula XV. Fig. 1. Quia curriculum E 12. fusa habet, rota vero HD dentes 36; utique dum curriculum idem E, sive potentia applicata in A tres complet revolutiones, unam perficiet rota HD, & curriculum etiam C. Quoties ergo potentia applicata in A, novies revolvitur circa B, curriculum etiam C tribus vicibus revolvetur. Verum cum C curriculum 16. fusa habeat, & GF rota constet dentibus 48., curriculo C perficiente tres revolutiones, unam absolvet rota GF, atque adeo & IO cochlea. Ergo in una cochleae conversione, dum nempe haec descendit per duarum helicum intervallum, potentia in A applicata novem circumferentias describet, quarum radius est AB. Manente itaque aequilibrio inter potentiam & resistentiam, erit potentia ad resistentiam (330), ut duarum helicum intervallum ad novem circumferentias, quarum radius est AB. Sed si scytala ipsi AB esset cochleae IO adfixa, ut in communibus torcularibus, atque potentia aliqua ipsi applicata,

foret

foret in aequilibrio cum eadem resistentia; utique resistentia ad illam potentiam esset (330), ut circumferentia cuius radius est AB, ad duarum helicum intervallum. Itaque ex aequo perturbate, potentia in torculari composito erit ad alteram in communi, ut una circumferentia ad novem circumferentias eiusdem radii cum priore, sive ut 1 ad 9., hoc est prima potentia pars nona alterius erit. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

435. Quare si in communibus torcularibus potentia quaepiam data sufficiens per se sit ad superandam comprimendi corporis resistentiam; utique ad id praestandum in composito torculari pars nona eiusdem necessaria tantum erit.

COROLLARIUM II.

436. Non aegre colligi inde potest, hoc nostrum torcular esse aliis communibus praeferendum. Nam 1.° in communibus torcularibus dum praecipue crescit comprimendi corporis resistentia, quinque, aut sex homines convertendae cochleae vix sufficiunt, verum in hoc nostro ad cochleam convertendam plusquam sufficit unus homo. 2.° Ad scytalae punctum A potest loco hominis substitui bos, vel equus, sicque impensae plurimum parceretur, quod in communibus torcularibus non praestatur. 3.° In communibus

bus torcularibus homines, qui ſunt ſcytalae applicati, non eodem ſemper tenore agunt, ſed ipſam inordinato impellere ſolent motu, ex quo fit, ut ſaepe frangantur ſcytalae, atque matrix, quin etiam muri, quibus matrix innititur, contremiſcant, id quod accidere in noſtro nequit, in quo potentia ſcytalae applicata, ordinato ſemper, atque aequabili fertur motu.

Scholion.

437. Neque in praxi magnum compendium virium in hac machina cum magno diſpendio temporis iungi ſolet. In communi ſiquidem torculari vix dum manus ſcytalae applicata, deſcribit quadrantem circuli, ſcytala ipſis cruribus, quae matricem ſuſtinent, occurrendo, progredi ulterius nequit, niſi extracta ſcytala a foramine, per quod tranſit, poſtea in aliud ſubſequens inſeratur. Vnde vis manus ſcytalae applicata, duas revolutiones perficit illo tempore, quo ipſa cochlea unam complet. Conſtat vero, ſcytalae longitudinem, ſeu radium circuli percurrendi a vi manus, in communibus torcularibus eſſe ſex circiter cubitorum; ergo cum circumferentia ſit ferme ſextupla radii, utique illa, cuius radius eſt ipſa ſcytalae longitudo, erit cubitorum circiter 36. Vidimus autem, vim manus ſcytalae applicatam, in una cochleae converſione duas circumferentias deſcribere; ergo totum ſpatium a vi manus per-

percursum, erit cubitorum circiter 72. In torculari autem hoc nostro cum longitudo scytalae sit unius cubiti cum dimidio, spatium a vi manus percursum in una cochleae conversione erit cubitorum circiter 81. Haec duo igitur spatia cum minimum differunt inter se, tum etiam in nostro torculari breviori tempore expedientur. Homo enim ad scytalam nostrae machinae applicatus, semper uniformiter promovetur, dum in communibus torcularibus quo magis crescit comprimendi corporis resistentia, eo tardiori incedere solet motu; siquidem ille homo modo totis viribus urget scytalam, modo debet quiescere ut respiret. Huc accedit, quod ipsi homines scytalae applicati cum in quavis cochleae conversione quater scytalam ipsam ex uno in aliud foramen transferre cogantur, id nisi maximo temporis dispendio praestare nequeunt, atque adeo spatium licet parum longius in torculari hoc nostro, celerius tamen est absque dubio percurrendum. Adde etiam quod ex hac machina id commodi comparatur, quod idem homo, vel quaecumque animata potentia scytalae applicata, si directionem immutet, viribusque suis contraria utatur via, depressam cochleam ad matricem usque elevat, atque adeo brevi & expedita methodo materiam comprimendam rursus aptat, premitque. Quae quidem omnia nullo pacto in caeteris torcularibus obtinentur.

DE-

DEFINITIO XXIII.

Tabula XV. Fig. 2. 438. Si rotae dentatae E adnexa fuerit DF cochlea; prodibit *infinita Cochlea* Archimedis.

SCHOLION.

439. Dum hac machina attollitur datum pondus, vis manus applicari solet manubrio in C, quod dum ipsa vertit, spirae cochleae circumagunt dentes rotae E, atque ita attollitur pondus P. Dicitur autem haec cochlea *Infinita*, quod sine fine circumagi ipsa possit.

COROLLARIVM.

440. Dum semel cochlea circumvolvitur, non nisi intervallo unius dentis promoveri solet rota dentata E.

PROPOSITIO XXXIV.

Tabula XV. Fig. 2. 441. *SI vis manus ope cochleae infinitae moveat pondus P; spatium vis manus ad illud ponderis erit, ut circumferentia radii BO toties repetita, quot sunt dentes in rota E, est ad circumferentiam axis AH.*

Dum applicata manus in C, semel revolvitur circa B, unus dens rotae E a cochlea (440) promovetur, seu per spirarum longitudinem totam transit. Vt itaque rota

ta E revolutionem integram compleat ſeu, quod idem eſt, omnes eius dentes tranſeant per ſpiras cochleae DF, potentia in C toties vertere manubrium debet, quot ſunt dentes in rota E. Hoc vero temporis intervallo tantundem elevabitur pondus P, quantum funis tractorii illud eſt, quod circumplicat ſemel axem AH. Ergo ſpatium vis manus erit ad illud ponderis, ut circumferentia radii BO toties repetita quot ſunt dentes in rota E, eſt ad circumferentiam axis AH. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

442. Hinc ſi 100. dentes fuerint in rota E, ſpatium vis manus ad illud ponderis erit, ut circumferentia radii BO centies repetita, eſt ad circumferentiam axis AH, ſive ut BO radius centies ſumptus, eſt ad radium axis AH.

COROLLARIVM II.

443. Quare ſi fuerit pondus ad vim manus, ut radius BO centies repetitus, eſt ad radium axis AH; erit quoque pondus ad vim manus, ut huius ſpatium ad ſpatium ponderis, atque ita neceſſario dabitur (330) aequilibrium.

SCHOLION I.

444. Vt vis huius machinae melius percipiatur, lubet rem totam exemplo aliquo illu-

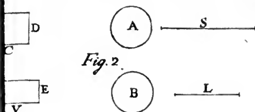
illuſtrare. Sunto ut prius, 100. dentes in rota E, atque longitudo BO manubrii BOC ſit digitis 10. longa, ſemidiameter vero axis AH digito uno conſtet. Quoniam BO radius eſt ut 10, utique is centies repetitus erit ut 1000.; radius autem axis AH eſt ut 1. Ergo ſpatium vis manus erit ad illud ponderis ut 1000. ad 1., ſive ut 30000. ad 30. Ex quo fit, ut ſi vis media manus manubrio applicata, ſuſtineret tantummodo 30. libras, ipſa huic machinae applicata (330) regeret pondus 30000. librarum; pondus ſiquidem eſſet ad vim manus ut 30000. ad 30., ſive ut 1000. ad 1., ſive ut ſpatium vis manus ad ſpatium ponderis.

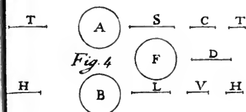
SCHOLION II.

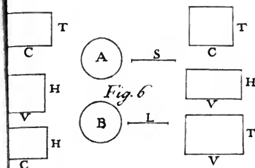
445. Conſtat autem (389) vim manus poſſe aliquandiu manubrium vertere, atque attollere pondus 30. librarum pariſienſium in machina, in qua potentia & pondus per aequalia ſpatia promoventur. Ergo ſi vis illa huic machinae applicetur, atque manubrium vertat, utique attollet pondus 30000. librarum pariſienſium.

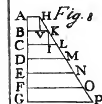
FINIS.

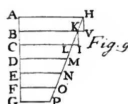
Tab: I


D
C
E
V
A
S
B
L
Fig. 2.


T
A
S
C
T
F
D
Fig. 4
H
B
L
V
H


T
C
A
S
T
C
H
V
Fig. 6
H
V
H
C
B
L
T
V


A
H
Fig. 8
B
V
K
C
I
L
D
M
E
N
F
O
G
P


A
H
B
K
V
C
L
I
Fig. 9
D
M
E
N
F
O
G
P

5 (220

Tab. II.

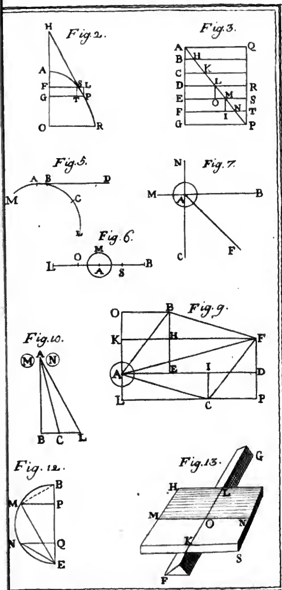


Fig. 2.
H
A
F
S L
G
T P
O
R
Fig. 3.
A
Q
B
H
K
C
L
D
R
M
E
O
S
N
F
I
T
G
P
Fig. 5.
A B
D
M
C
L
Fig. 6.
O
M
L
A
S
B
N
Fig. 7.
M
A
B
C
F
Fig. 9.
O
B
K
H
F
A
E
I
D
L
C
P
Fig. 10.
M
A
N
B C L
Fig. 12.
B
M
P
N
Q
E
Fig. 13.
G
H
L
M
O
N
K
S
F

Tab. III

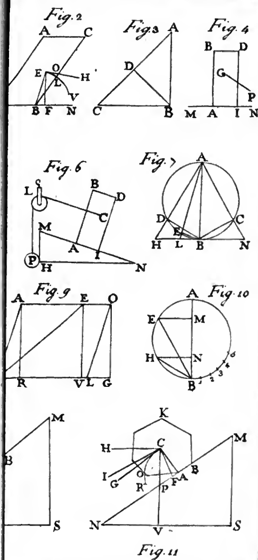


Fig. 2
A
C
O
E
H
L
V
B
F
N
Fig. 3
A
D
C
B
Fig. 4
B
D
G
P
M
A
I
N
Fig. 6
L
S
B
D
C
M
A
I
P
H
N
Fig. 7
A
D
C
E
H
L
B
N
Fig. 9
A
E
O
R
V
L
G
A
Fig. 10
E
M
H
N
B
1
2
3
4
6
K
M
C
H
B
I
G
O
R
P
F
A
B
N
V
S
S
Fig. 11

Tab. IV.

Fig. 2.

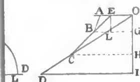
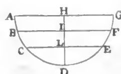


Fig. 3.



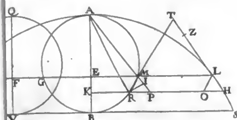
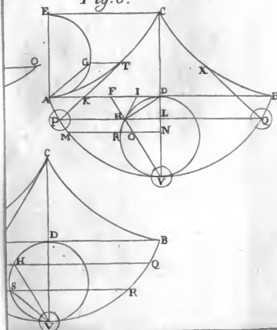
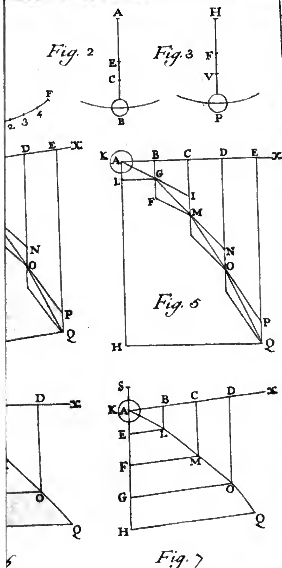


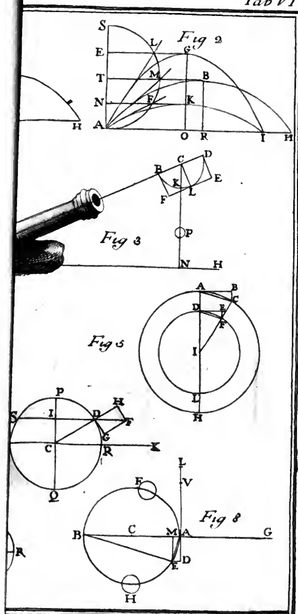
Fig. 6.



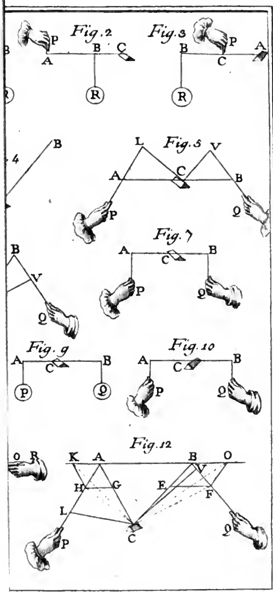
Tab: V


Fig. 2
A
E
C
B
Fig. 3
H
F
V
P
F
2
3
4
D
E
X
N
O
P
Q
K
A
B
C
D
E
X
L
G
I
F
M
N
O
P
Fig. 5
H
Q
D
X
O
Q
S
K
A
B
C
D
X
E
L
F
M
G
O
H
Q
Fig. 7

Tab VI


Fig 2
S
E
T
N
A
L
G
M
B
F
K
O
R
I
H
Fig 3
B
C
D
E
K
L
F
P
N
H
Fig 5
A
B
C
D
E
F
I
L
H
P
S
I
D
H
F
G
C
R
K
Q
R
L
V
F
Fig 8
B
C
M
A
G
E
D
H

Tab: VII



Tab: VIII

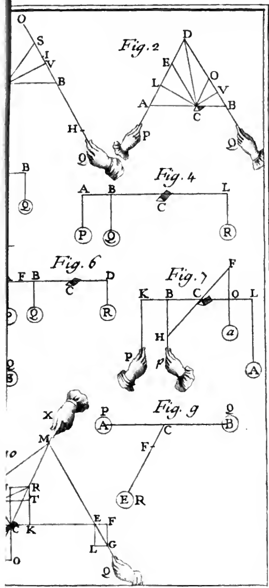
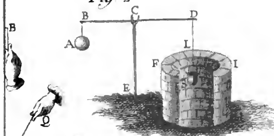
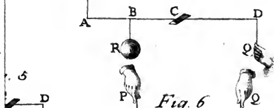
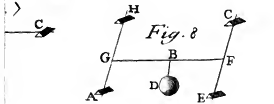


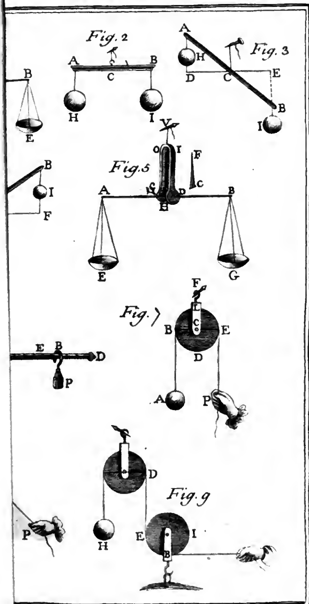
Fig. 2
Fig. 4
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 9
O S I V B H Q
D E O L V A C B P Q
B Q
A B C L P Q R
F B C D Q R
F K B C O L H a P p A
Q B
X M
P Q A C B F E R
R T C K E F L G O Q


Fig. 2
B
C
D
A
L
F
I
E
S
B
Q
E

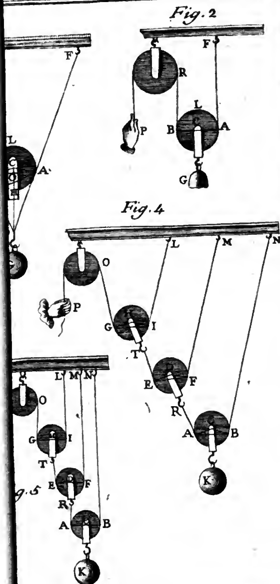

P
Fig. 4
A
B
C
D
R
Q

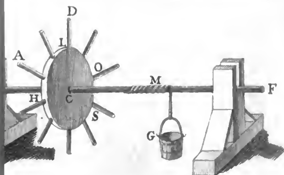

. 5
D
P
Fig. 6
Q
C
A
B
R
Q

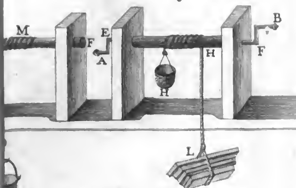

C
H
C
Fig. 8
G
B
F
D
A
E

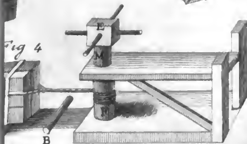

Tab: X
Fig. 2
A
B
C
H
I
Fig. 3
A
H
D
C
E
B
I
B
E
Fig. 5
V
O
I
F
G
C
D
A
B
H
E
G
B
I
F
Fig. 7
F
L
C
B
E
D
A
P
E
B
D
P
D
Fig. 9
P
H
E
I
B

Tab: XI

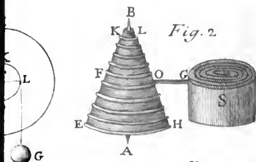



D
L
A
O
M
F
H
C
S
G


Fig 3
M
E
F
A
B
F
H
H
L


Fig 4
E
M
B

Tab. XIII


B
K
L
Fig. 2
F
O
G
S
E
H
A
L
G

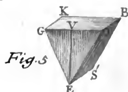
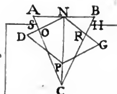
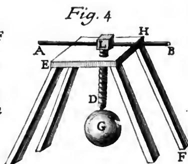

K
B
G
V
Fig. 5
S
E

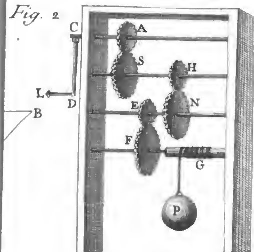

Fig. 3
F

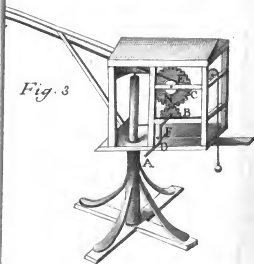

A
N
B
S
H
D
O
R
G
Fig. 6
P
C


F
H
C
G


Fig. 4
H
A
L
B
E
D
G
F

5 6 120





Tab. XV

